Matematica si fizica

1. probleme de minim/maxim
2. Fenomene de ordine-dezordine
3. Sisteme complexe: dinamica neliniara

1. Matematica si fizica

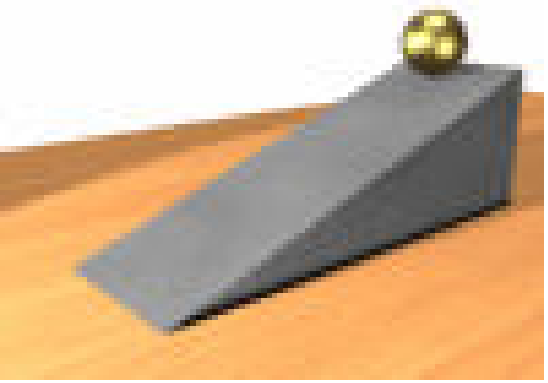
1. Drumul minim; probleme de minim/max:

- *1a. Principiul lui Fermat* la reflexie, aplicaţie practica cu hârtie milimetrica, rigla, sfoara, pioneze;
- *1b. lanţisorul:* principiul lui Maupertuis
- *1c. aria minima*, aplicaţie la baloane de săpun (experimente fotografiate) dar si la organisme vii: radiolari,....
- *1d*. *problema postaşului*
- *1e*. *magnetismul*: interacţiunea feromagnetica din aproape in aproape
- *1f. percolatia*: medii neomogene: groapa de gunoi ecologica; curgerea prin medii poroase – problema fântânilor; extracţia petrolului; fluidificarea nisipului si avalanşele de zăpada

O scurta istorie

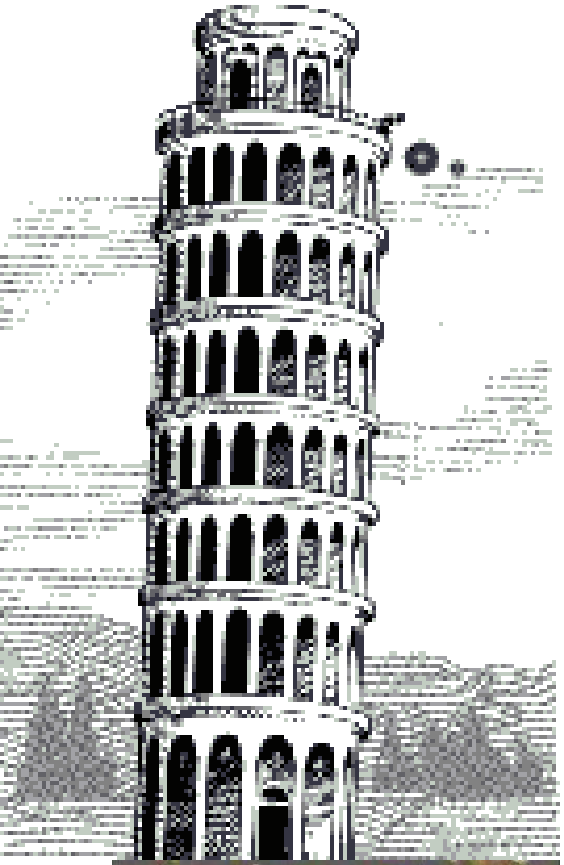
- In august 1684 , astronomul Edmund Halley a calatorit la Cambridge pentru a discuta cu Newton o problema stiintifica la ordinea zilei si anume cea legata de miscarea planetelor. Se stia deja ca
- Orice mişcare se face in spaţiu si timp,
- Orice traiectorie este descriptibila printr-o **curba** - funcţie

8. Galileo's experiments with rolling balls down inclined planes



- Galileo continued to refine his ideas about objects in motion. He took a board 12 cubits long and half a cubit wide (about 20 feet by 10 inches) and cut a groove, as straight and smooth as possible, down the center. He inclined the plane and rolled brass balls down it, timing their descent with a water clock — a large vessel that emptied through a thin tube into a glass. After each run he would weigh the water that had flowed out — his measurement of elapsed time — and compare it with the distance the ball had traveled.
Aristotle would have predicted that the velocity of a rolling ball was constant: double its time in transit and you would double the distance it traversed. Galileo was able to show that the distance is actually proportional to the square of the time: Double it and the ball would go four times as far. The reason is that it is being constantly accelerated by gravity

2. Galileo's experiment on falling objects





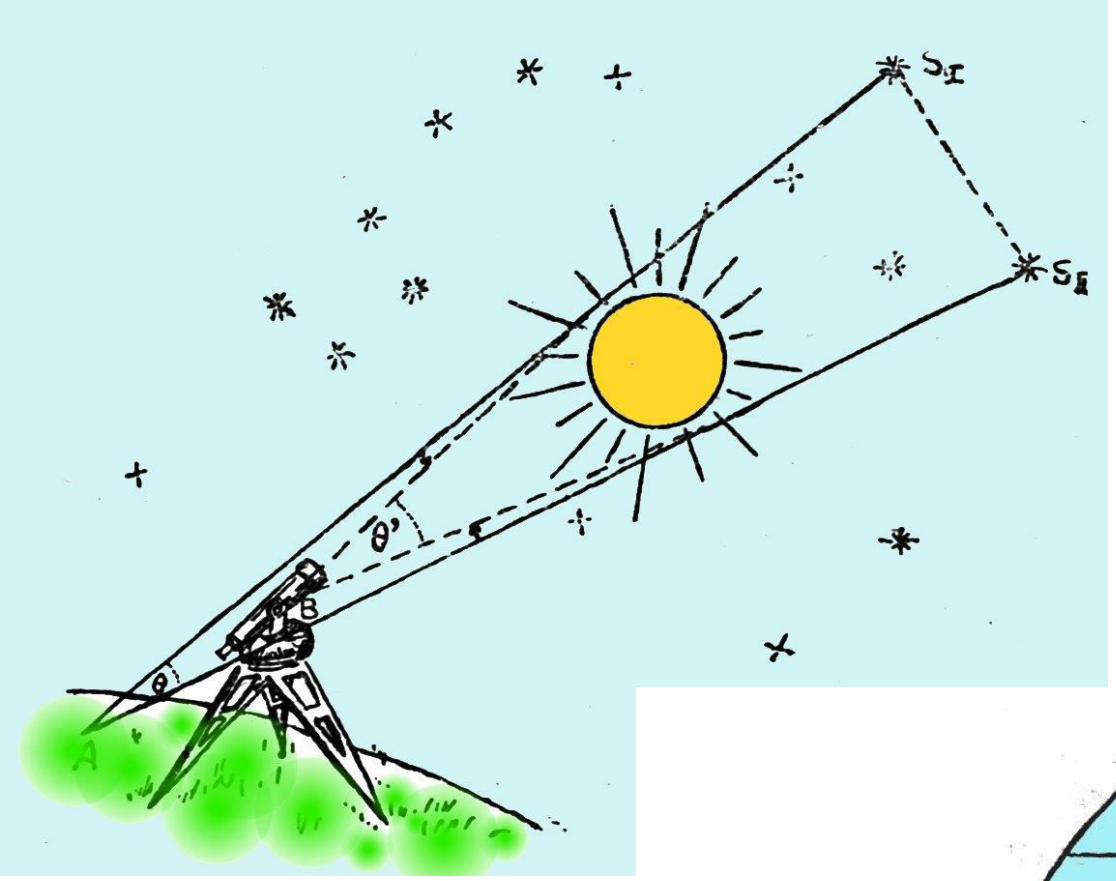
In the late 1500's, everyone knew that heavy objects fall faster than lighter ones. After all, Aristotle had said so. That an ancient Greek scholar still held such sway was a sign of how far science had declined during the dark ages.

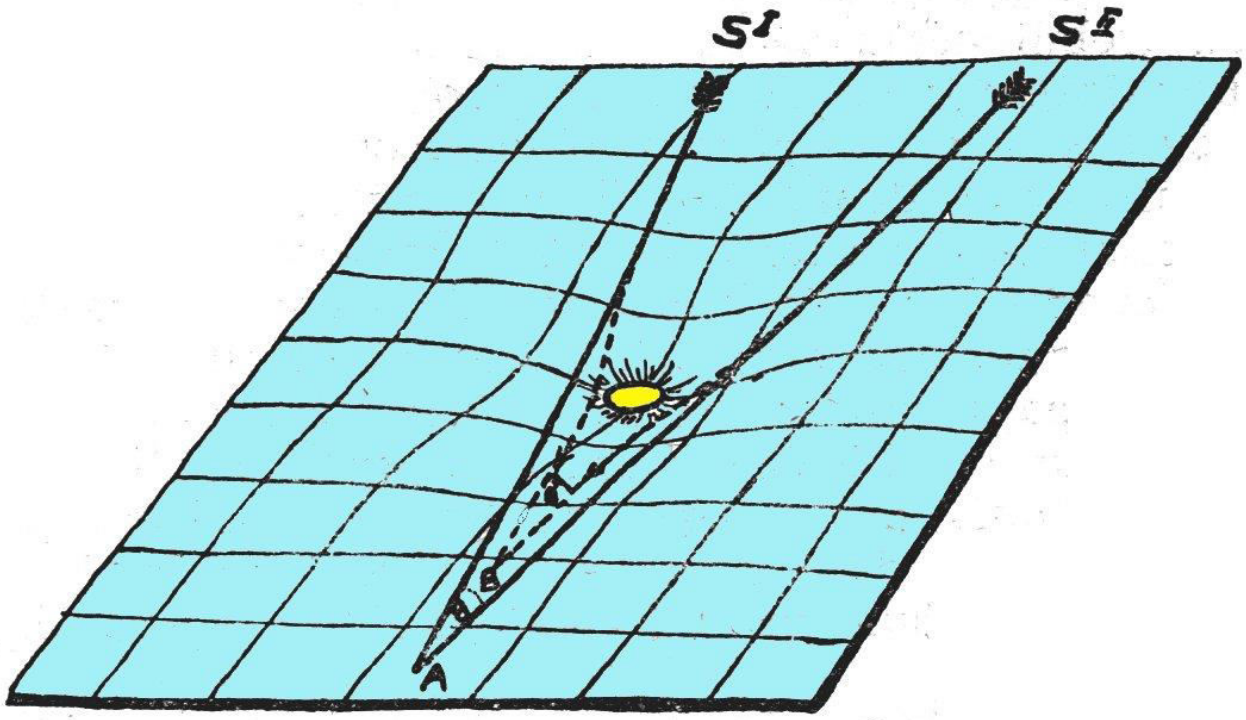
Galileo Galilei, who held a chair in mathematics at the University of Pisa, was impudent enough to question the common knowledge. The story has become part of the folklore of science: he is reputed to have dropped two different weights from the town's Leaning Tower showing that they landed at the same time. His challenges to Aristotle may have cost Galileo his job, but he had demonstrated the importance of taking nature, not human authority, as the final arbiter in matters of science

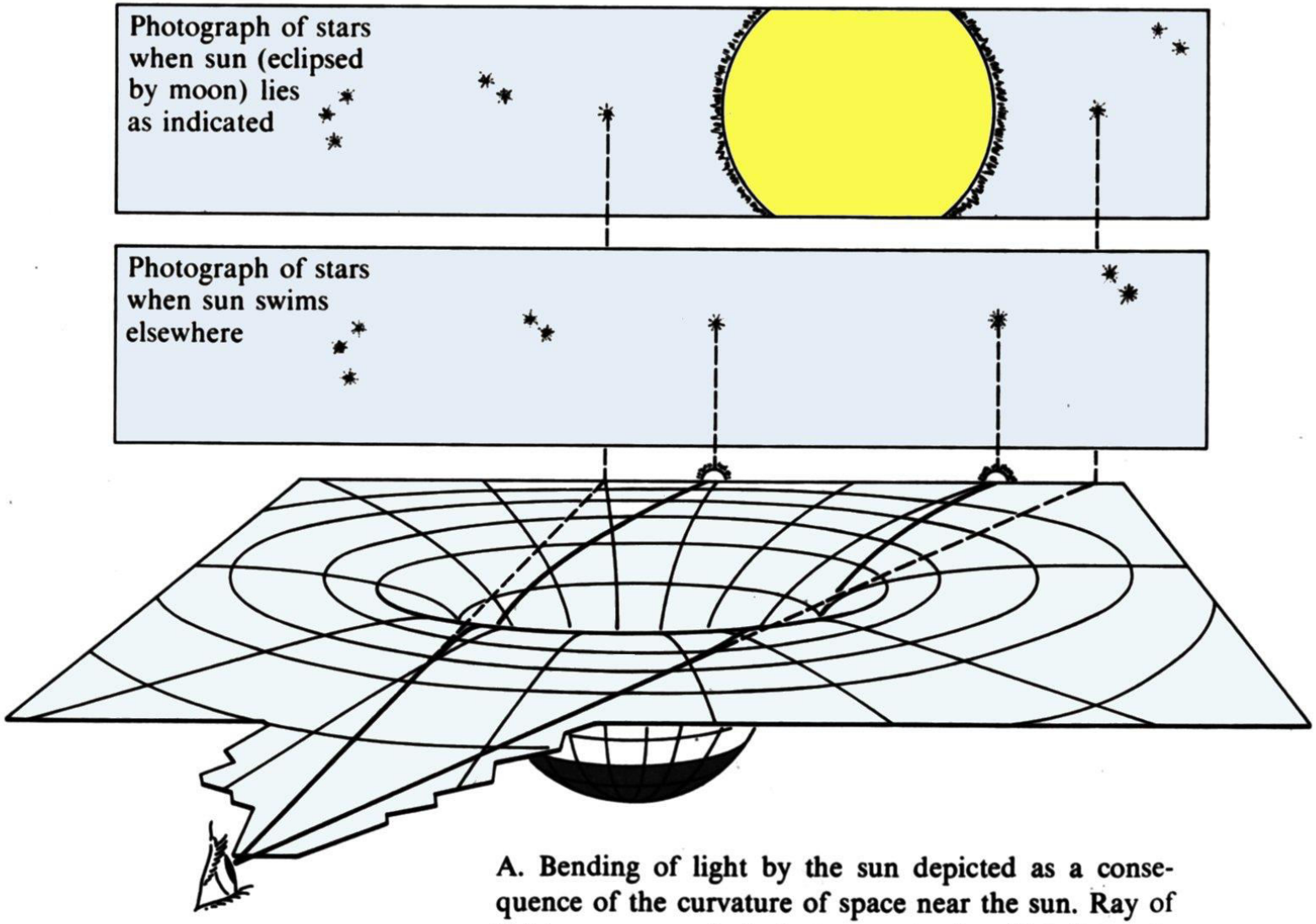


I. Newton Galileo Galilei Le Verrier H.Cavendish H. Poincaré Aristotel

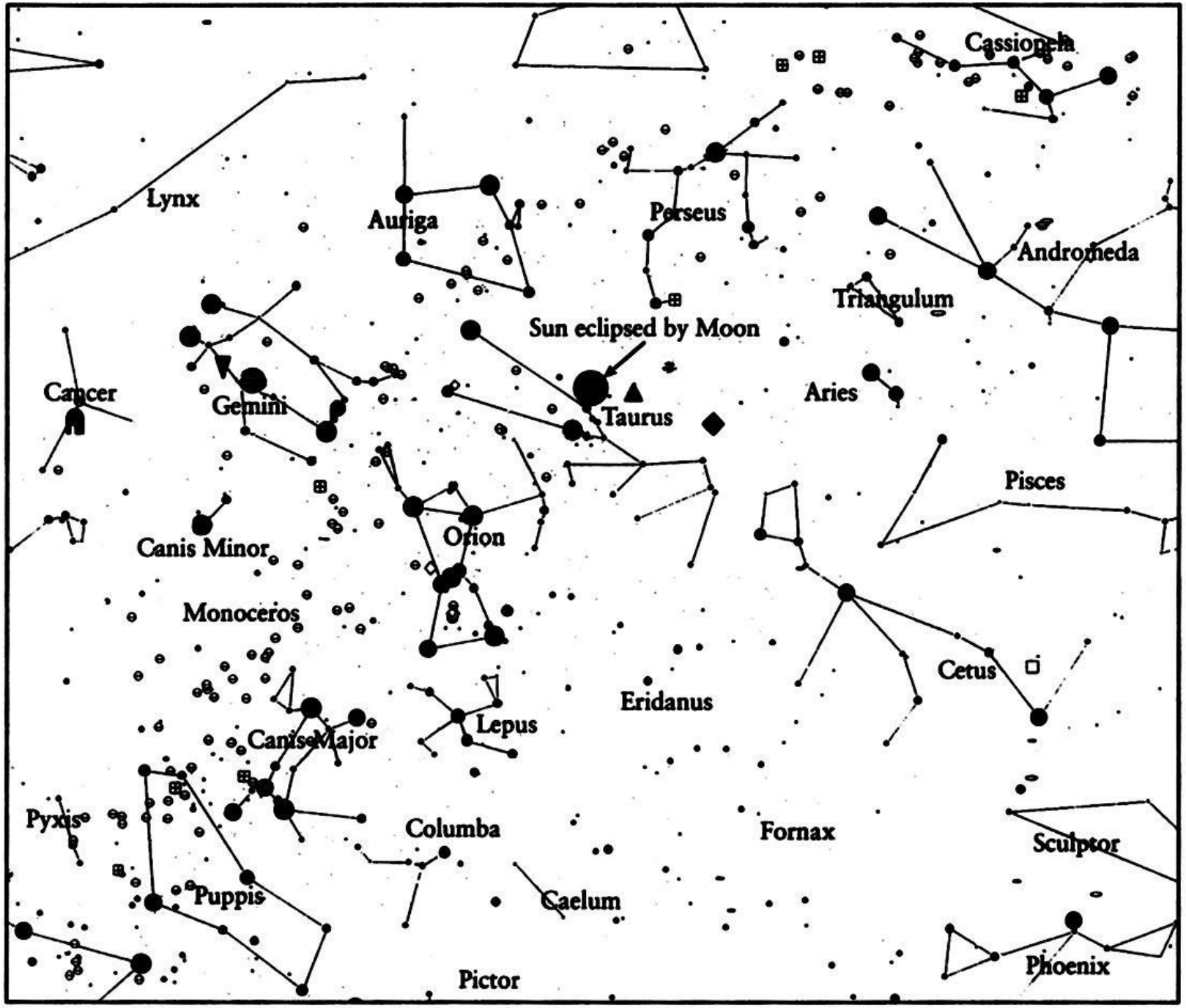
Curbarea spaţiului

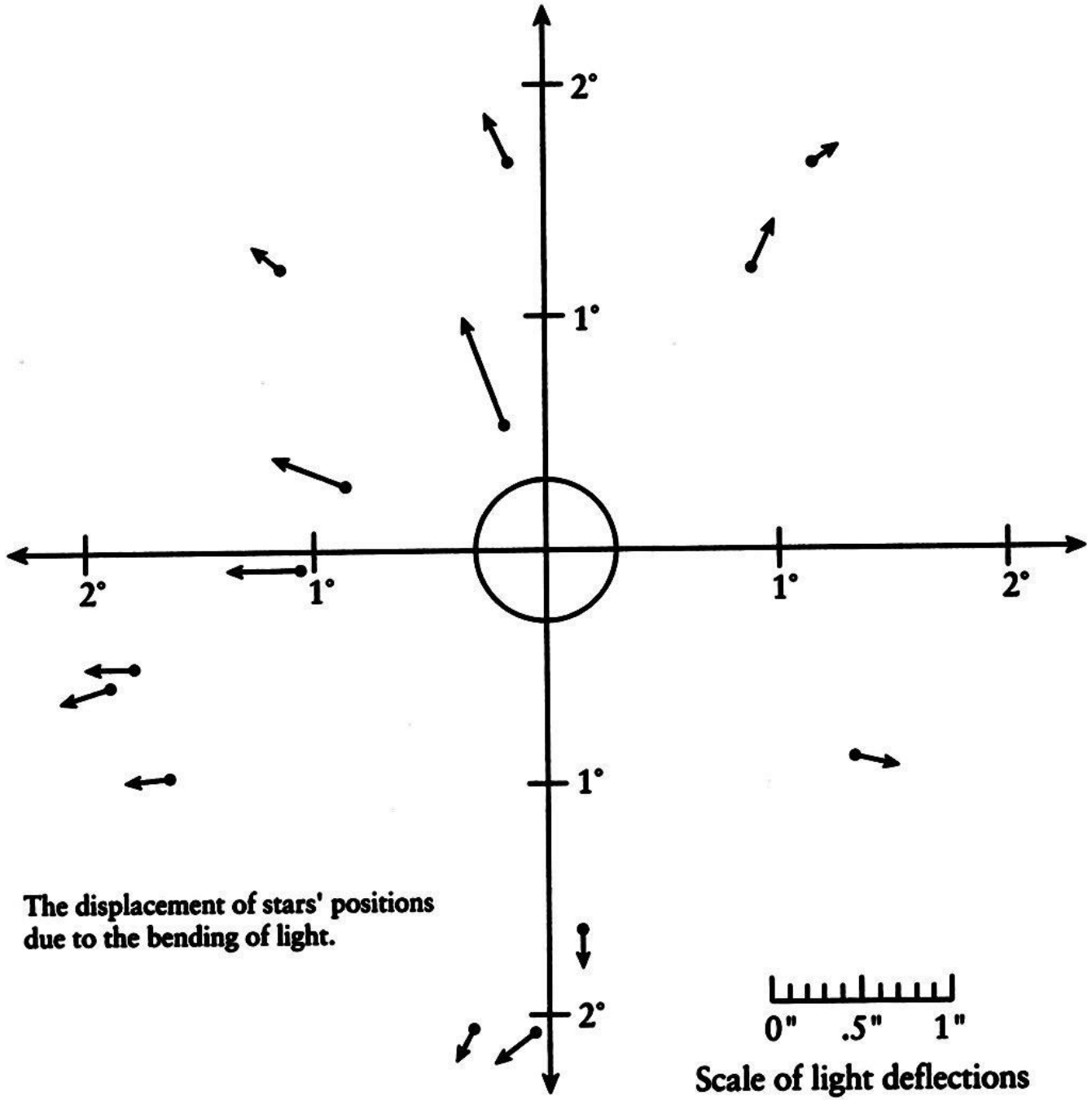






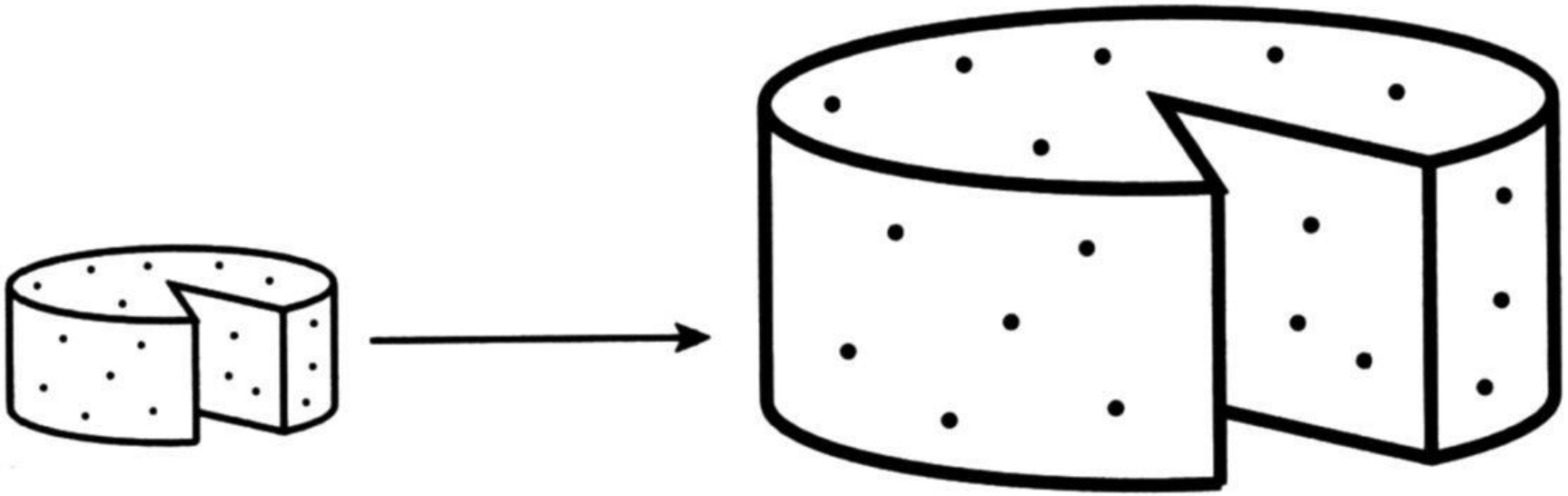
A. Bending of light by the sun depicted as a consequence of the curvature of space near the sun. Ray of light pursues geodesic, but geometry in which it travels is curved (actual travel takes place in spacetime rather than space; correct deflection is twice that given by above elementary picture). Deflection inversely proportional to angular separation between star and center of sun. See Box 40.1 for actual deflections observed at time of an eclipse.

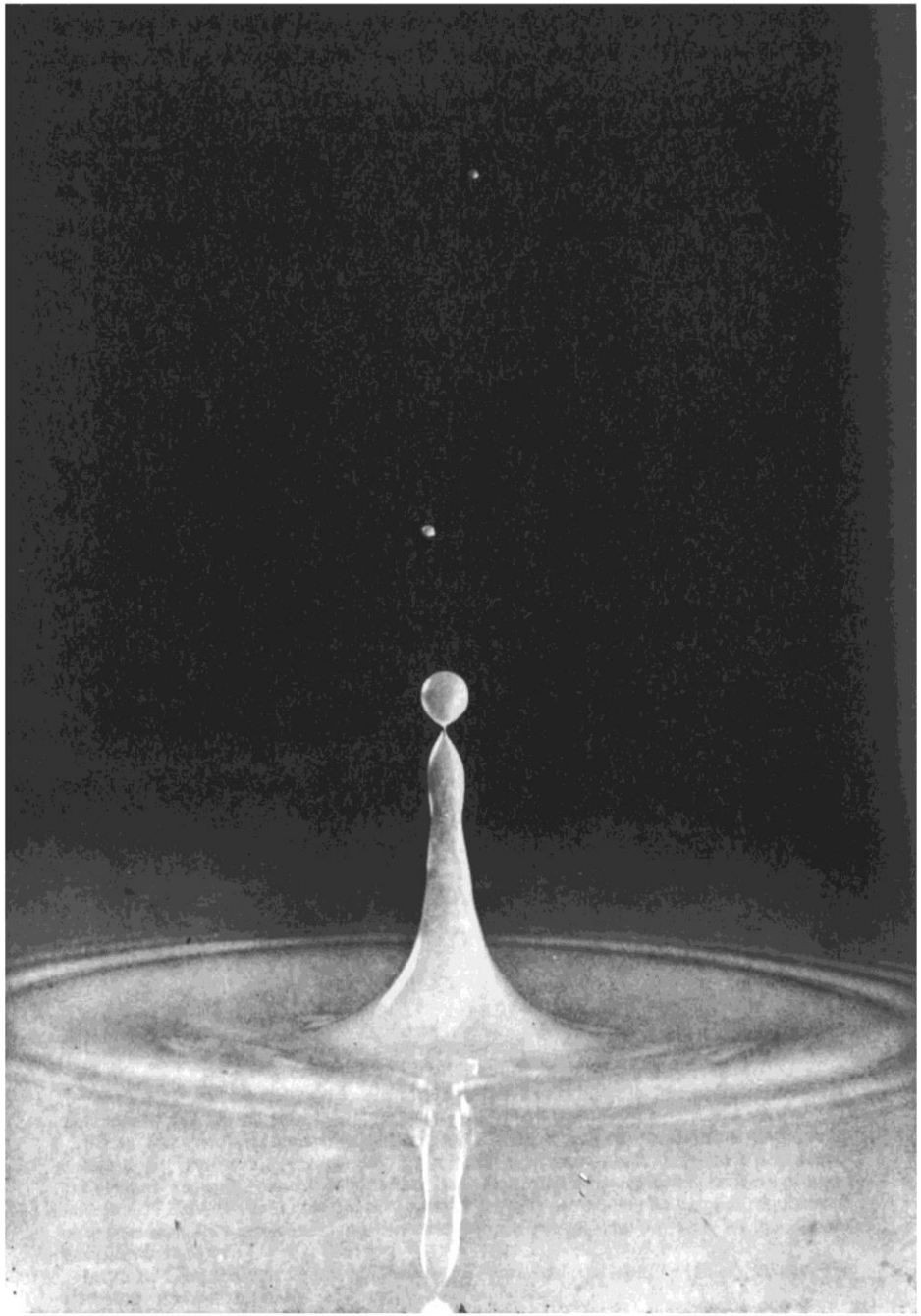

Cassiopeia
Lynx
Auriga
Perseus
Andromeda
Triangulum
Sun eclipsed by Moon
Cancer
Gemini
Taurus
Aries
Pisces
Canis Minor
Orion
Monoceros
Cetus
Eridanus
Lepus
Canis Major
Pyxis
Columba
Fornax
Sculptor
Puppis
Caelum
Phoenix
Pictor



The displacement of stars' positions due to the bending of light.

Imaginea naiva a expansiunii universului

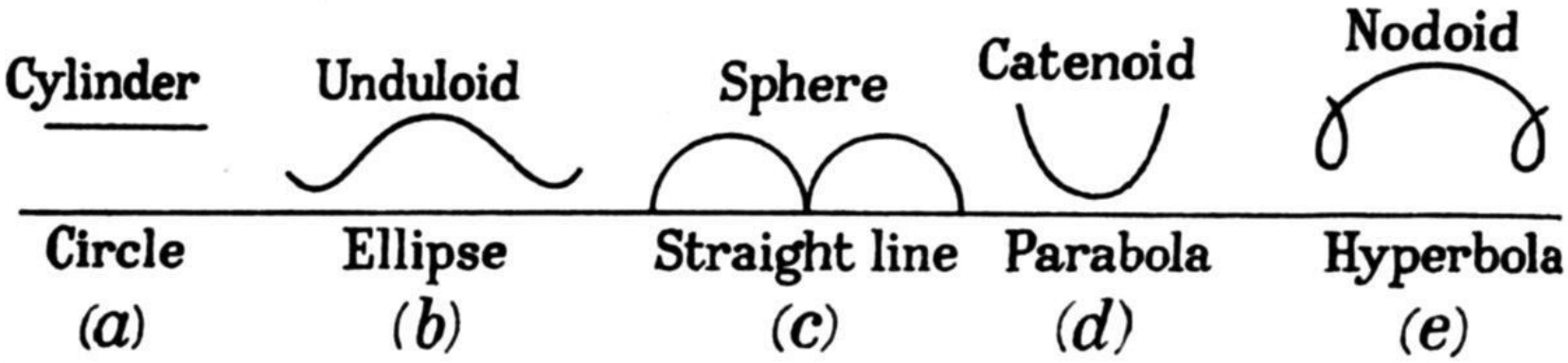




The latter phase of a splash: the crater has subsided, a columnar jet has risen up, and the jet is dividing into droplets. From Harold E. Edgerton, Massachusetts Institute of Technology

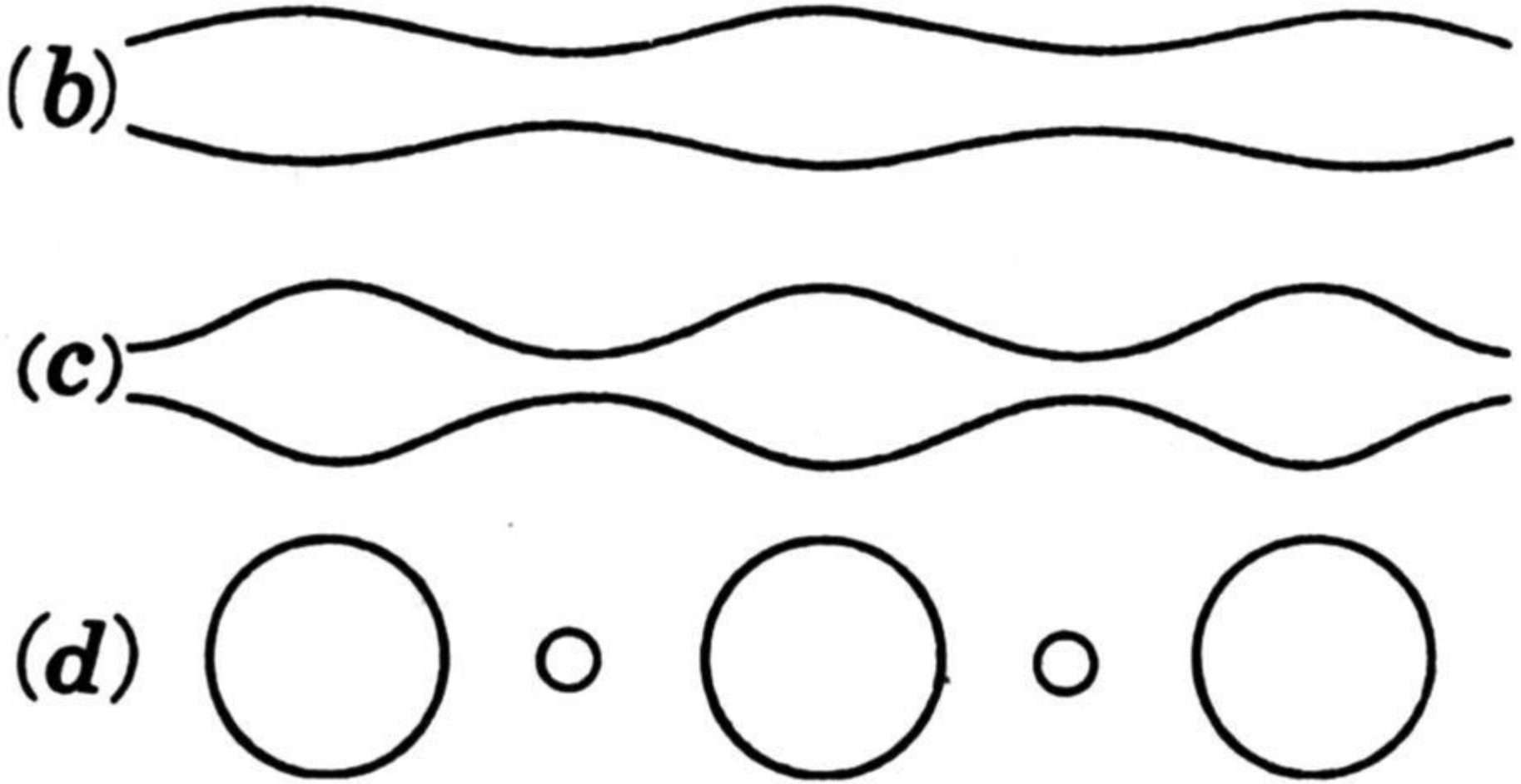
Picătura – efect cumulativ

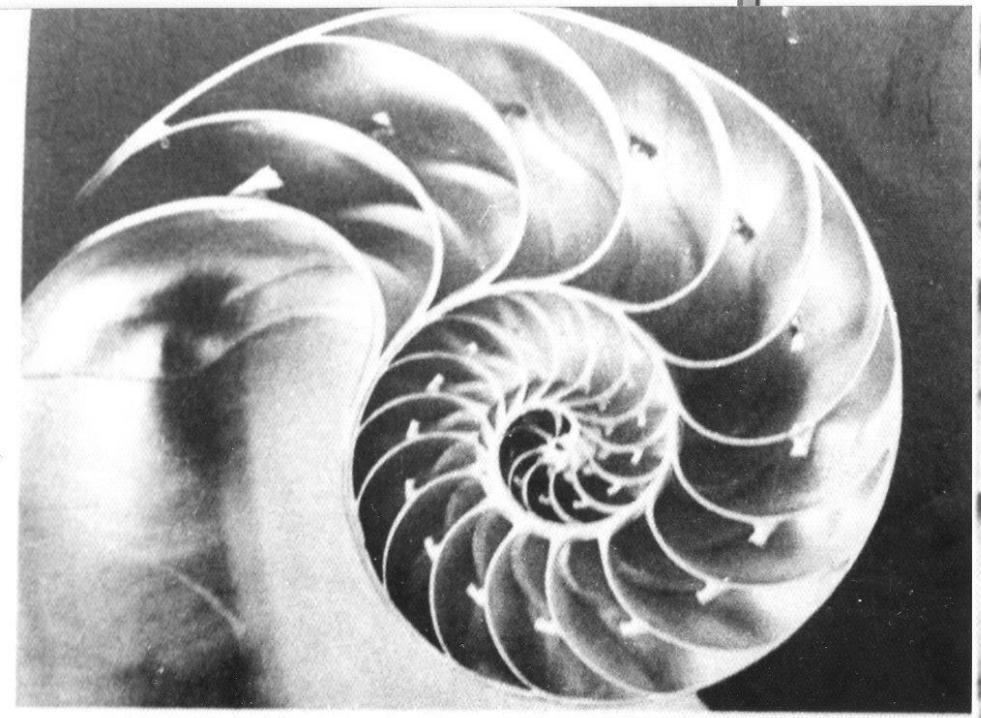
Suprafete minimale de rotatie



Roulettes of the conic sections.

Stabilitatea unui cordon de fluid – de la structura continua la picătură





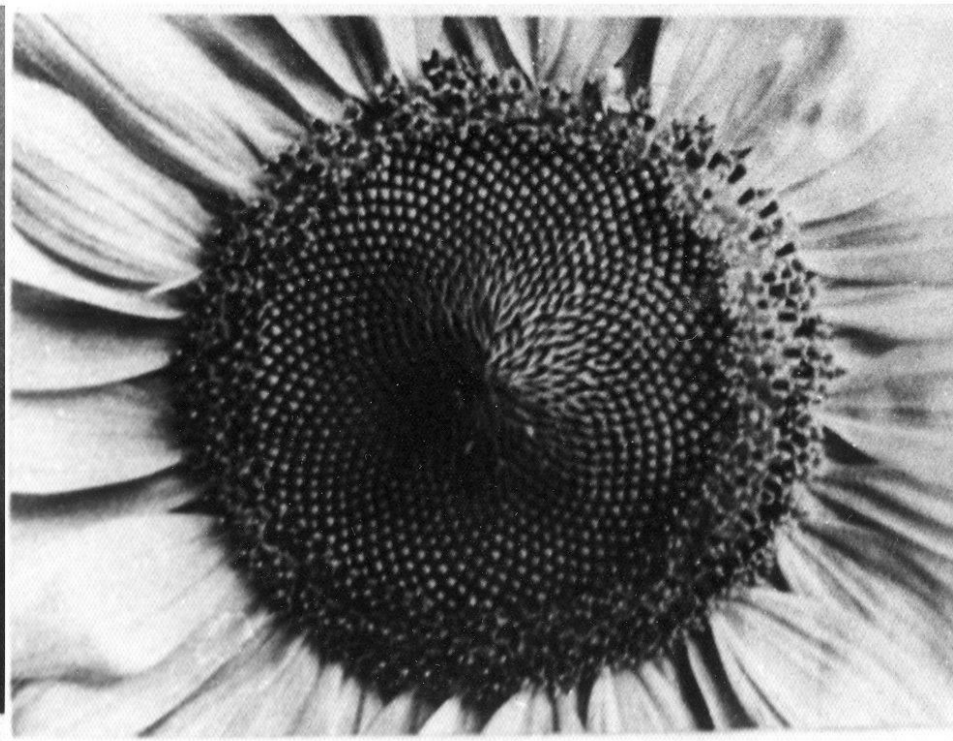
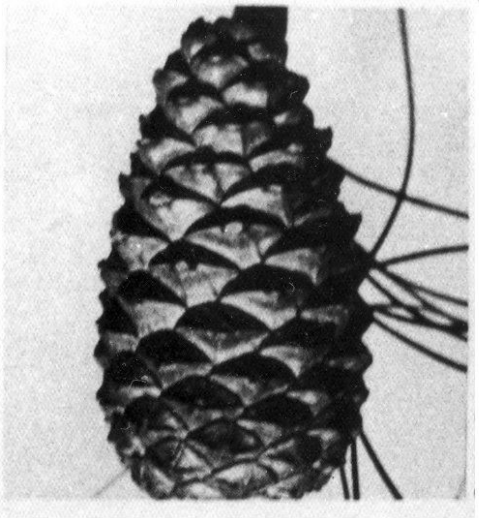


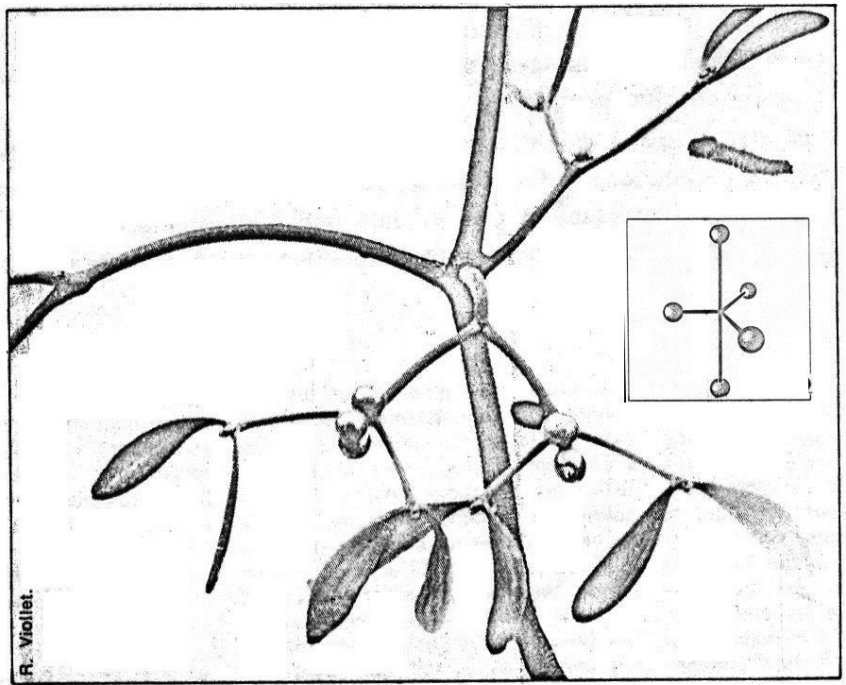
Figure 1. **Les formes spiralées abondent dans la nature.**

La plus parfaite est la coquille du nautile, représentée ci-dessus en coupe. C'est une spirale logarithmique dont l'angle Φ, formé par la courbe et le rayon vecteur, égale 85°.

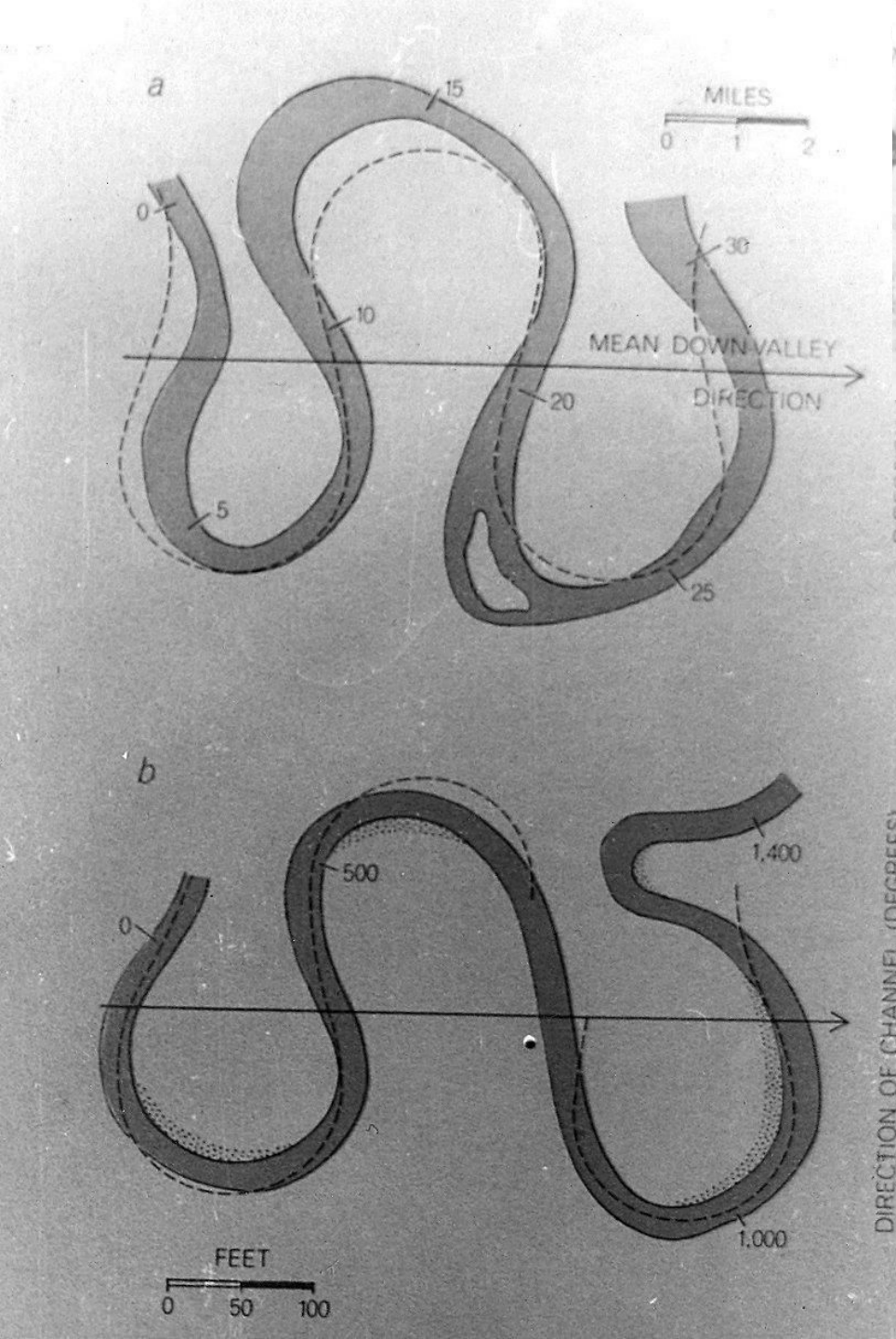
Les graines du tournesol géant, Hélianthus annus (ci-dessous), sont disposées selon des spirales équiangulaires : 34 vont dans le sens des aiguilles d'une montre, 55 en sens opposé.

De même, les écailles d'une pomme de pin (ci-contre) sont disposées selon des spirales dont 5 vont dans un sens, 8 dans l'autre.

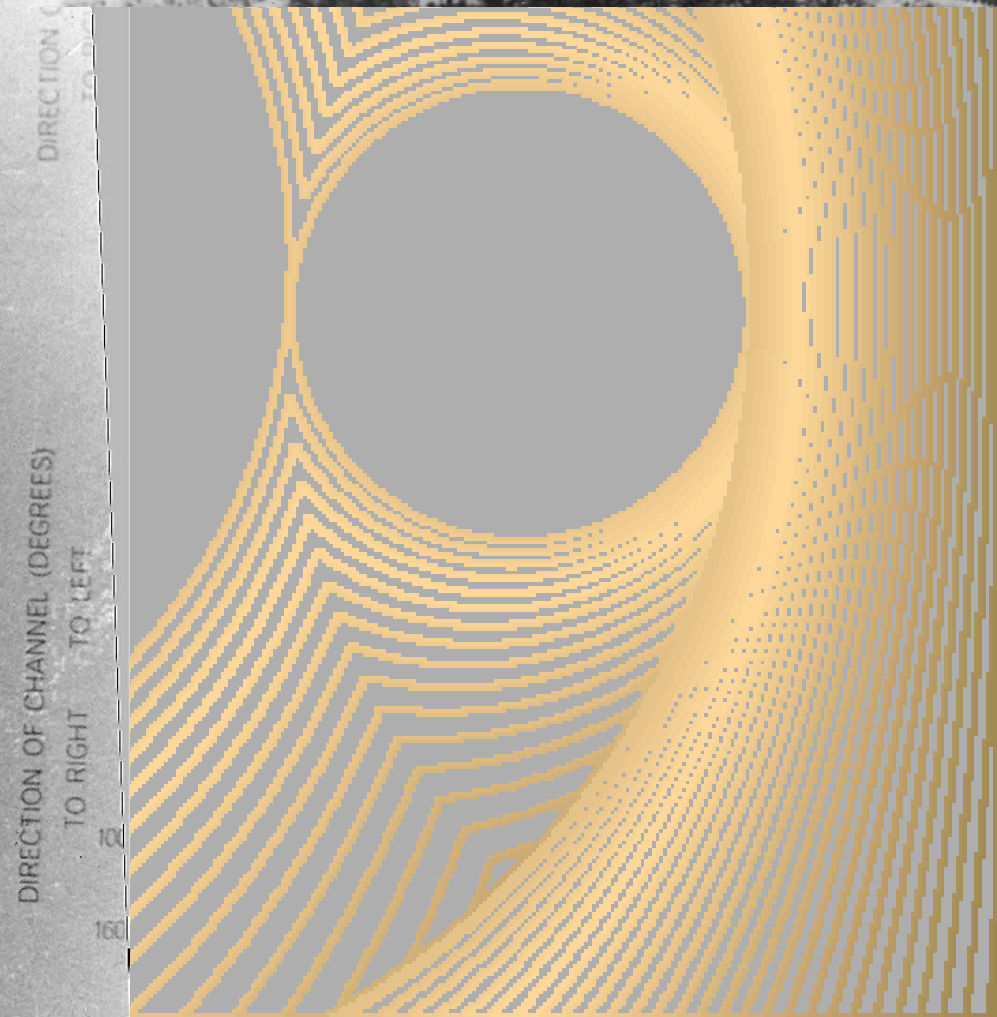







a
MILES
0 1 2
15
0
30
10
MEAN DOWN VALLEY
DIRECTION
20
5
25
b
500
1,400
0
1,000
FEET
0 50 100




DIRECTION OF CHANNEL (DEGREES)
TO RIGHT
TO LEFT
100
160

Un miriapod mergea fericit,
pana când un oarecare
în gluma la întrebat:

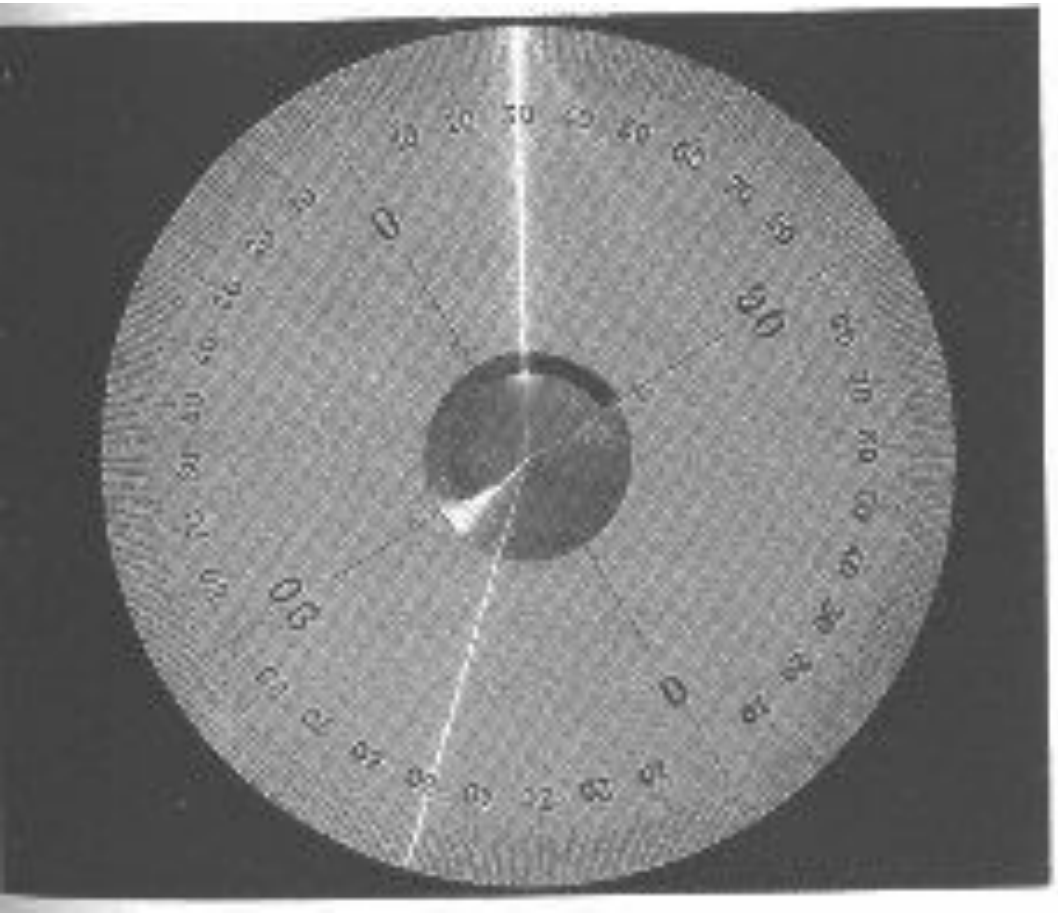
Hei, cum de ştii ce picior vine unul după altul?

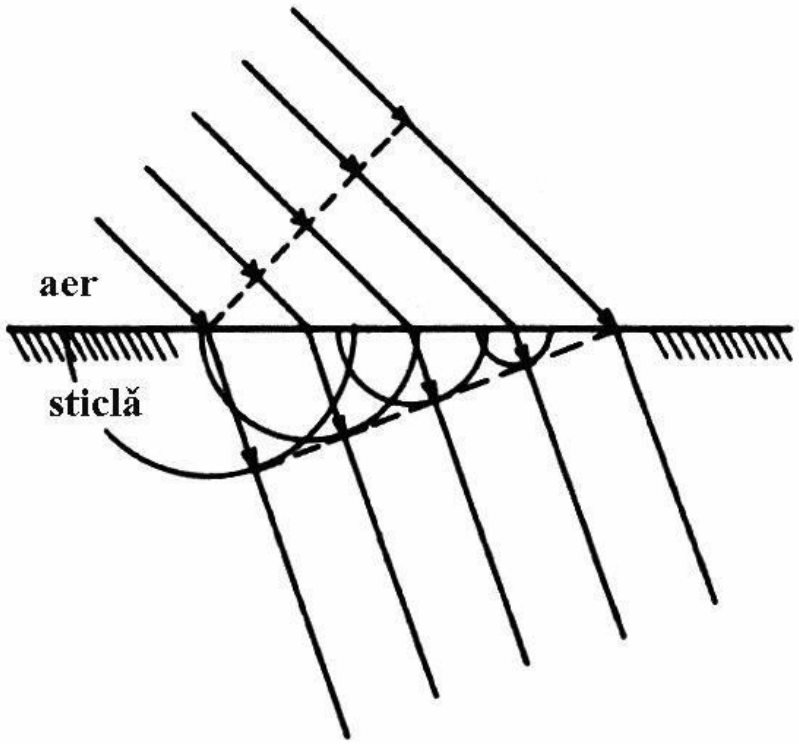
Întrebarea atât l-a perturbat,
Încât într-o groapa a căzut, dezechilibrat.
……
Si n-a mai putut sa meargă deloc,
fiind prea încurcat.

La fel ni se întâmpla cu ştiinţa. Daca întrebam prea cu insistenta "ce este ştiinţa" s-ar putea sa nu ştim sa răspundem!



Refractia





$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} = n$$

Indicele de refractie, n:

- depinde de cele doua medii in care se propaga lumina (unda), deci este o constanta de material
- exprima variatia vitezei de propagare a luminii (undei) intr-un mediu:

$$n = \frac{c}{v}$$

c – viteza luminii in vid

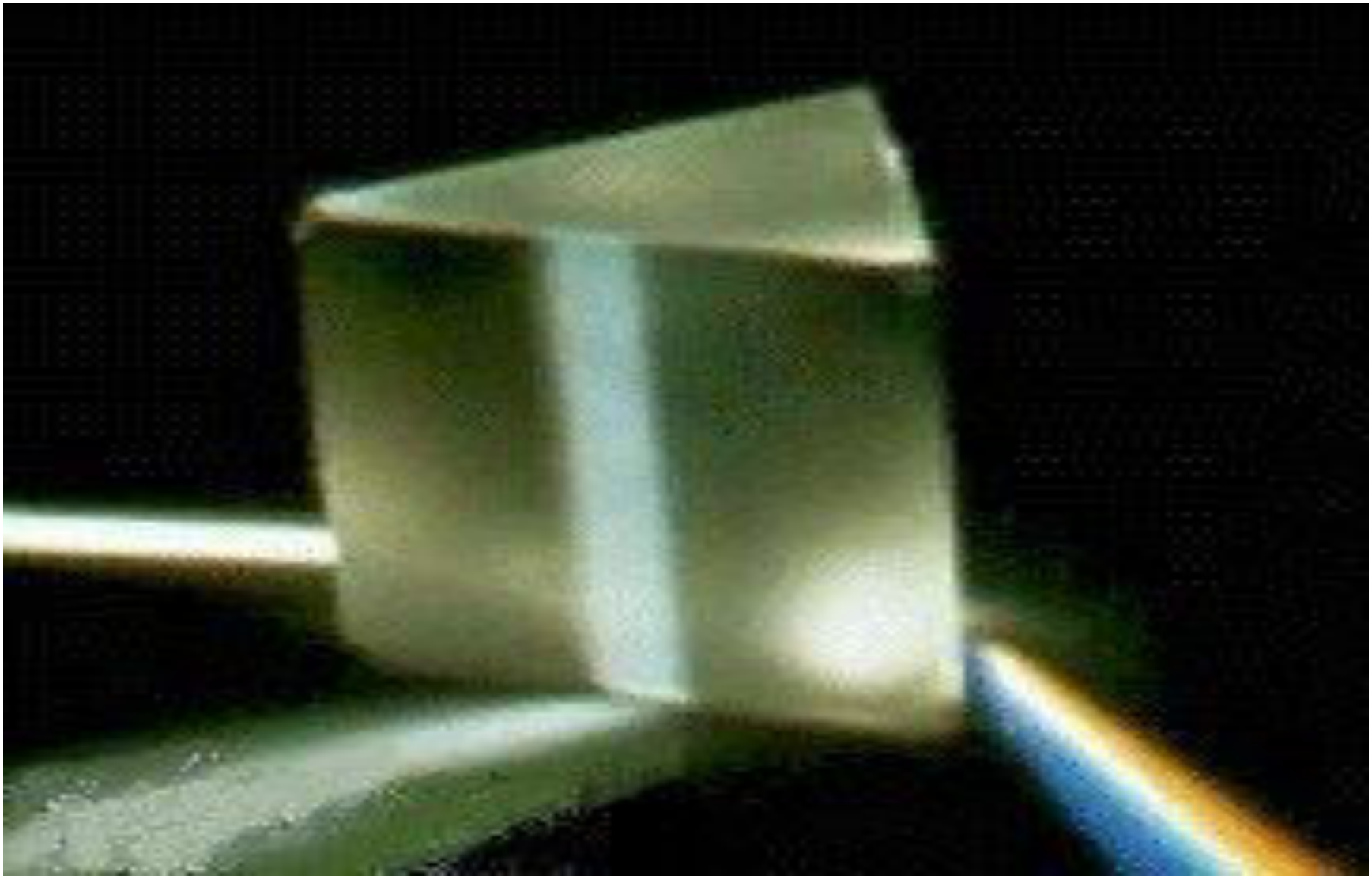
v – viteaza de propagare a luminii in mediul considerat

- depinde de lungimea de unda (frecventa) radiatiei

$$n \approx a + \frac{b}{c + \lambda}$$



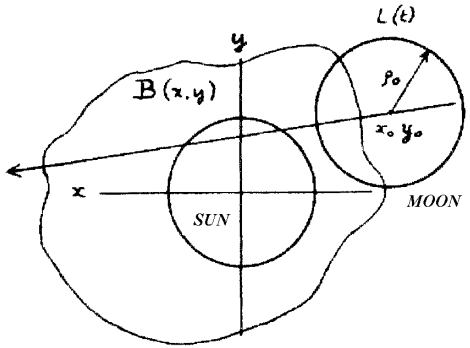
Dispersia luminii descoperita de Newton

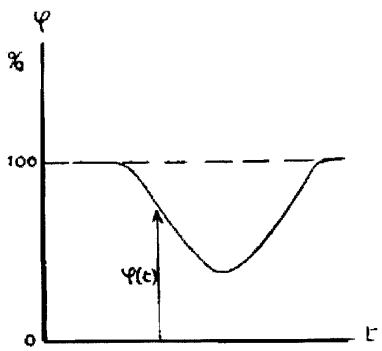


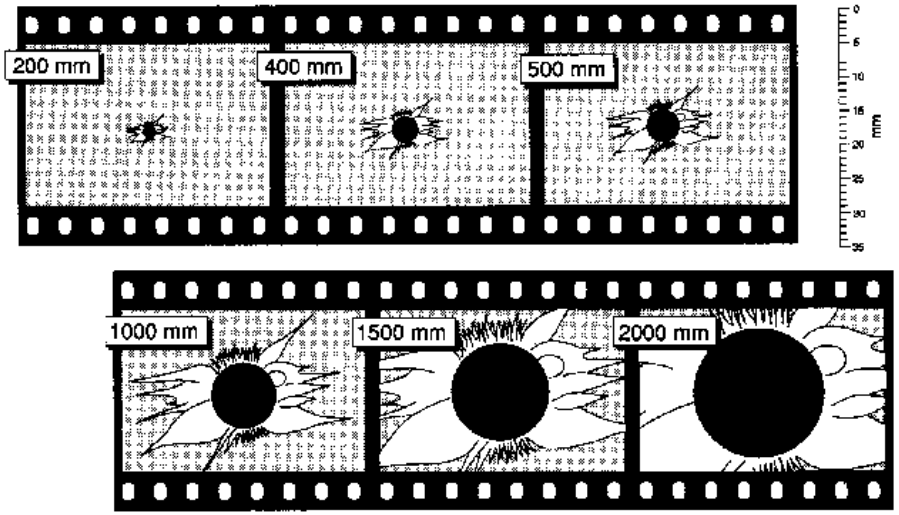
Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002





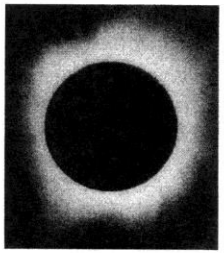






Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002

ISYA-24



24th INTERNATIONAL SCHOOL FOR YOUNG ASTRONOMERS

July 26 – August 14, 1999, Bucharest, ROMANIA



PROGRAMME

Teaching Team

Tatiana ANGELESCU, University of Bucharest, Romania

Attilio FERRARI, University of Turin, Italy

Michèle GERBALDI, University Paris XI, France

Edward GUINAN, University of Villanona, USA

Andrei IONESCU, University of Bucharest, Romania

Mircea RUSU, University of Bucharest, Romania

Magda STAVINSCHI, Astronomical Institute of the Romanian Academy of Science, Bucharest

Donat WENTZEL, University of Maryland, USA

Jean Paul ZAHN, Observatory of Paris, France

*The lessons will be hold in the **Hall A1**, the practical classes on computers will be hold in the **Computer Room** and the astronomical studies will be hold in the **Astrophysics Laboratory.***

Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002









Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002

ISYA - 1999 - Bucuresti

Prof. Edward Guinan,
Univ. of Villanona, SUA

Prof. Donat Wentzel,
Univ. of Maryland, SUA





Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002









Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002









Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002









Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002



Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002



Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002

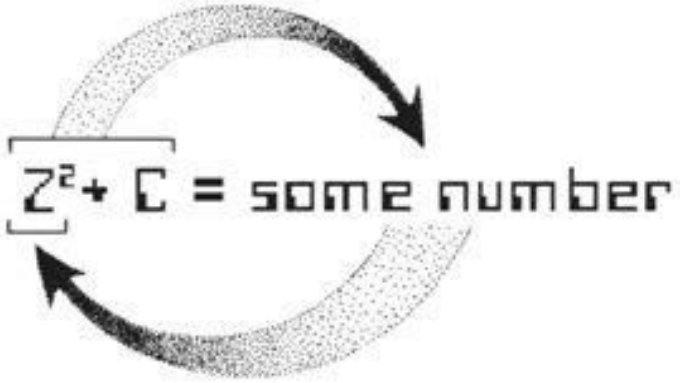


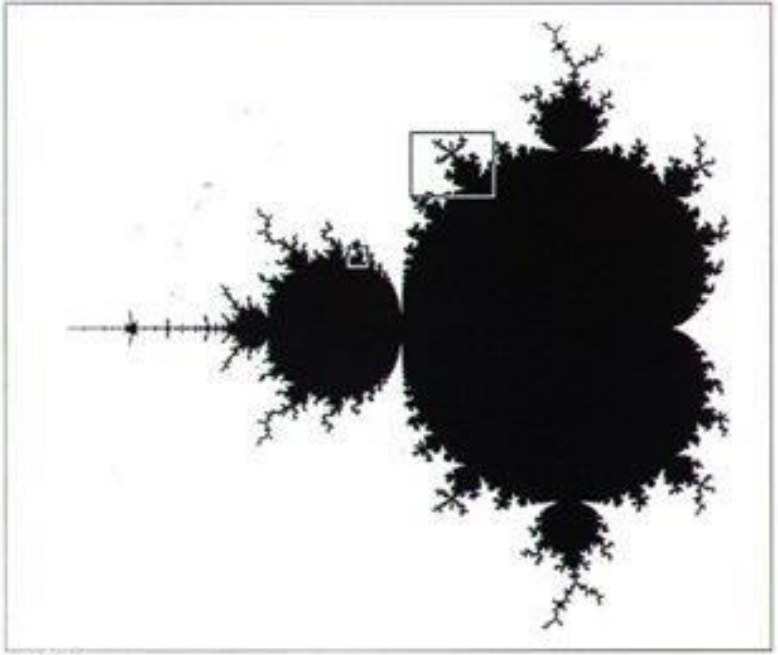
Invatamantul de astrofizica la Facultatea de fizica, 1992 - 2002



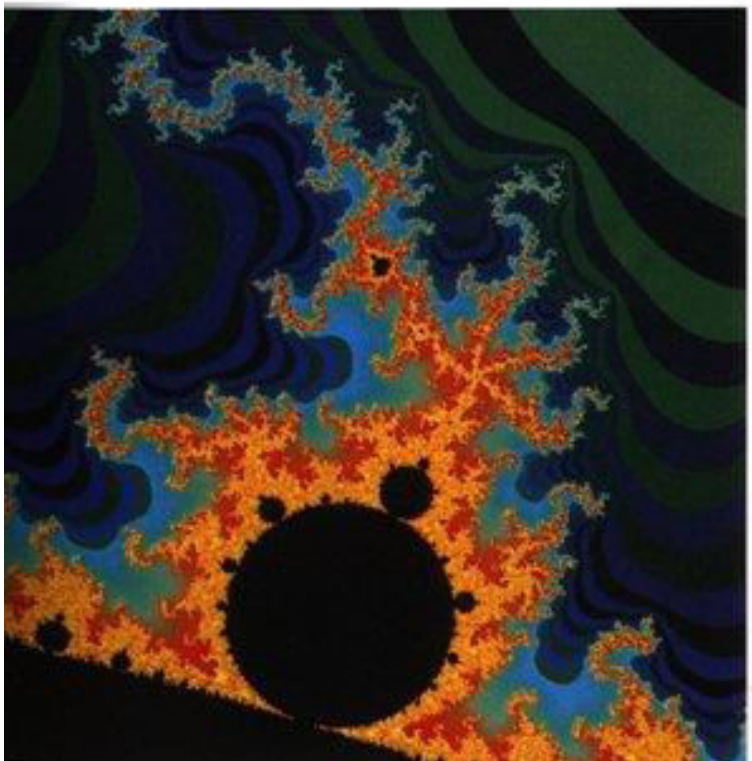




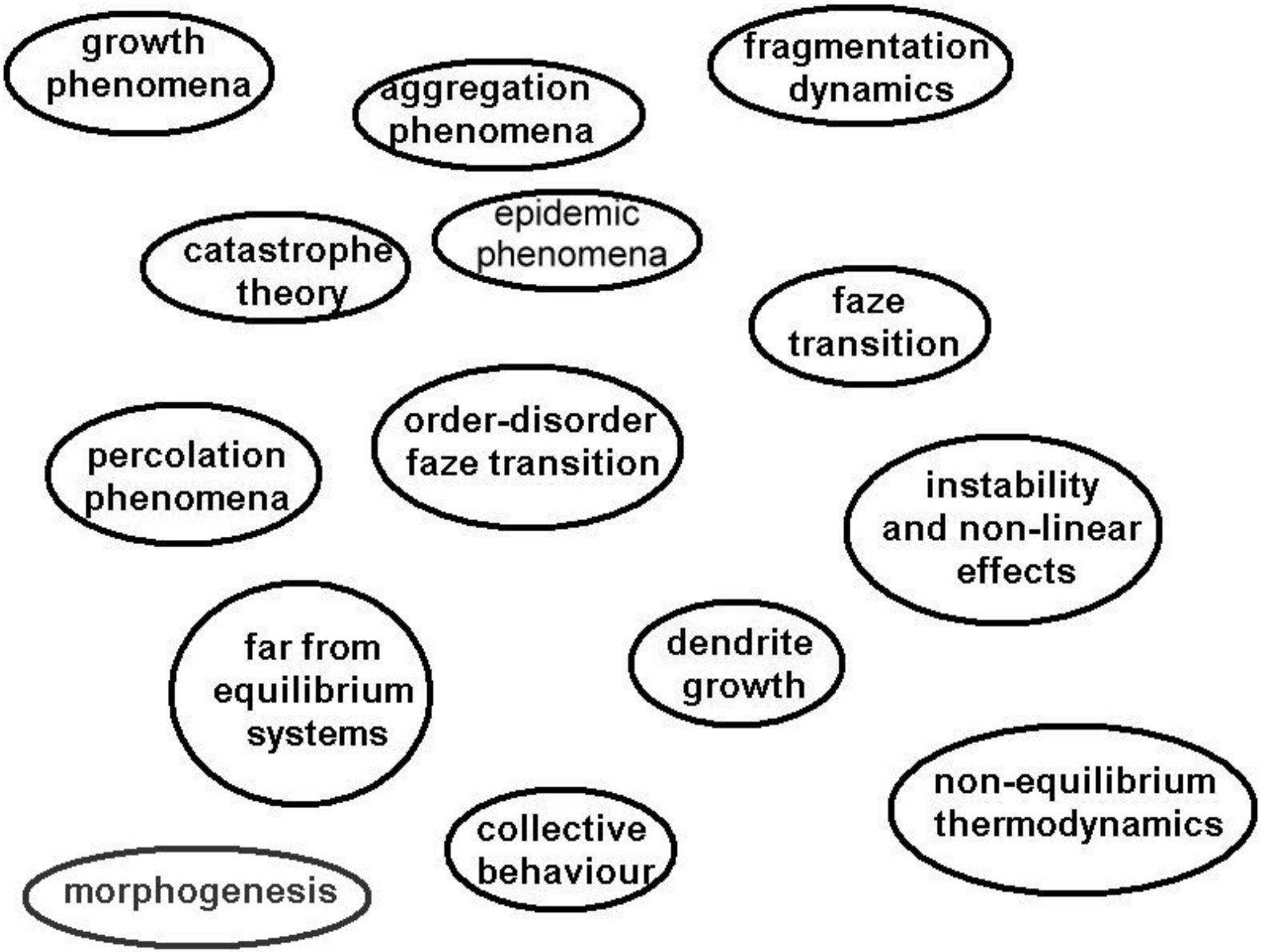




Map 28





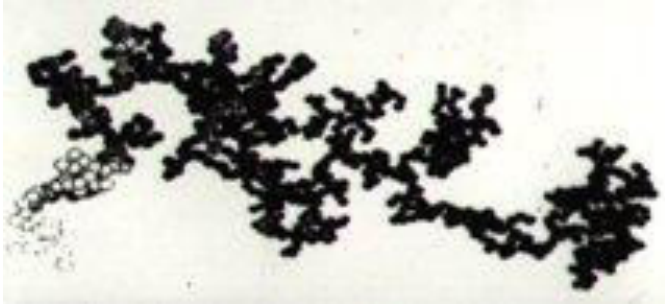


Some islands of the complexity theory

Some examples of the diversity of complexity phenomena and theories (in a random order and an incomplete list):

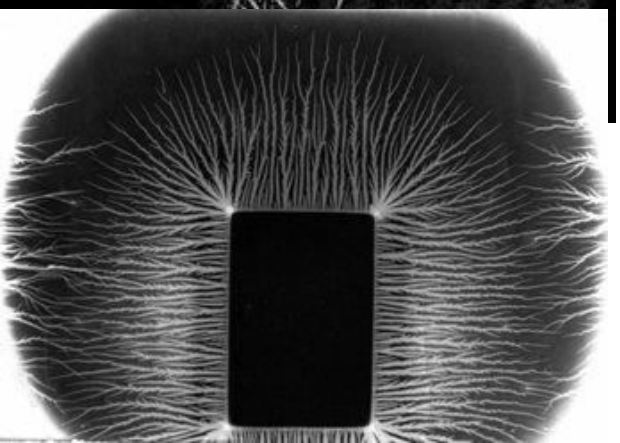
- fractal theory of heterogeneous surfaces, chemisorptions on fractal surfaces, dynamics of surface growth (models, scaling laws, rough surfaces, …), molecular dynamics of condensed phase, multilayer adsorption on fractal rough surfaces
- streamer propagation, fractal models,
- fractal image analysis, fractal image compression,
- instability and non-linear effects in electronics, laser, optics,
- fractal structure and self- similarities in fragmentation dynamics; rocs, plate tectonics, explosion, replication,
- percolation dynamics, electric conduction, electric topography in archaeological studies
- aggregation phenomena, DLA models, particle-particle aggregation, flocculation phenomena, sedimentation in mixture of liquids with two or more phases,
- dendrite growth in solids, minerals, caves (stalactites..), crystal, thin film technology or deposition
- heat conduction and acoustic wave propagation in porous and non-homogenous media
- mechanical erosion of the shore by ocean waves; systems of protection, roughness,



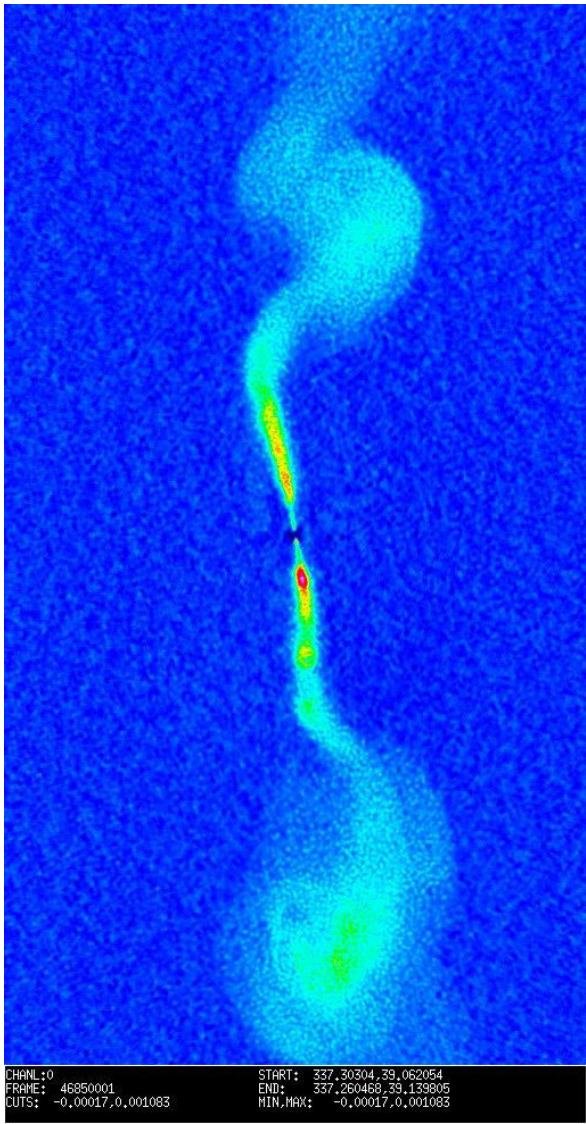











CHANL:0
FRAME: 46850001
CUTS: -0.00017,0.001083
START: 337.30304,39.062054
END: 337.260468,39.139805
MIN,MAX: -0.00017,0.001083

- diffusion of gases through pores, in molecular regime or macroscopic one, diffusion of oil through porous media (sand and rocks or membranes), diffusion through porous media, optimal filtration, osmosis, electrolytic cells, electric batteries, fuel cells, accumulators and capacitors with fractal surfaces, water purification by flow through the bed of rocks and sand
- fractal behaviour of car traffic,
- fractal behaviour of internet traffic
- instability and non-linear effects, catastrophe theory
- epidemic phenomena, fire propagation through forest, contamination,
- non-equilibrium thermodynamics, far from equilibrium systems, collective behaviour, faze transition, order-disorder faze transition
- fractal and chaos in biology, medicine, psychology, genetic chaos and anti-chaos in human cancer,
- flow of air through respiratory system in mammals, flow of blood in circulatory system, flow by system of pipes, optimal design,

Sisteme Dinamice

Galileo Galilei (1564 - 1642)

Johannes Kepler (1571 - 1630)

Isaac Newton (1642 - 1727)

Gottfried W. Leibniz (1646 - 1716)

Leonhard Euler (1707 - 1783)

Joseph-Louis Lagrange (1736 - 1813)

Jules H. Poincare (1854 - 1912)

Sisteme Dinamice

=

sistem a carui evolutie in timp este descrisa de un set de ecuatii diferentiale:

- **LINIARE**

  (integrabile, rezolvabile exact)

- **NELINIARE**

  (neintegrabile, rezolvabile prin metode aproximative)

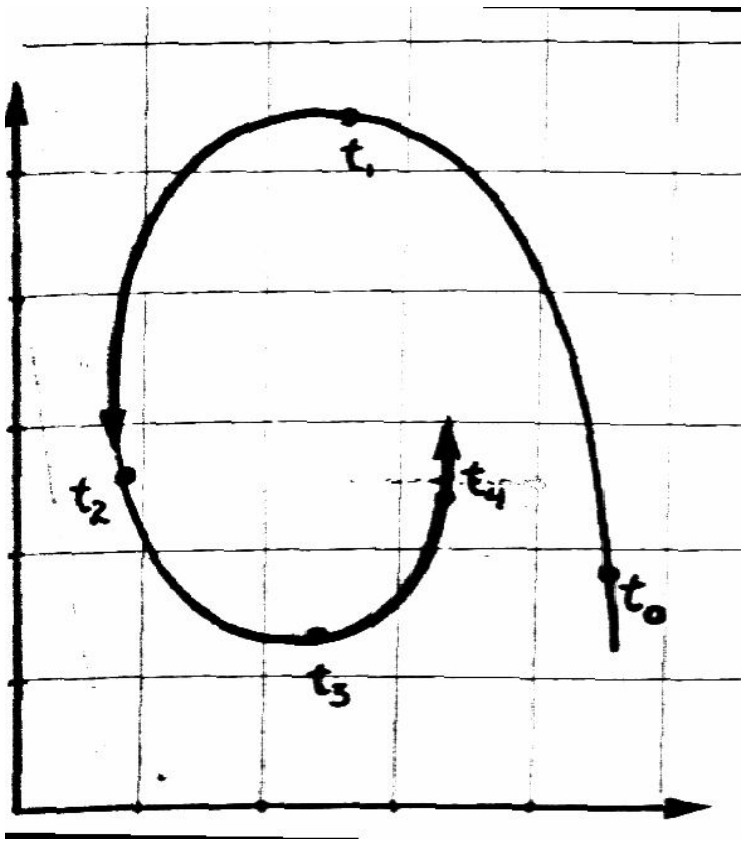
Caracterizarea Sistemului Dinamic prin:

- Setul de ecuatii diferentiale
- Spatiul starilor

  - **spatiul fazelor**: (qj, pj) variabile canonice . (*introdus in fizica de Poincare*)

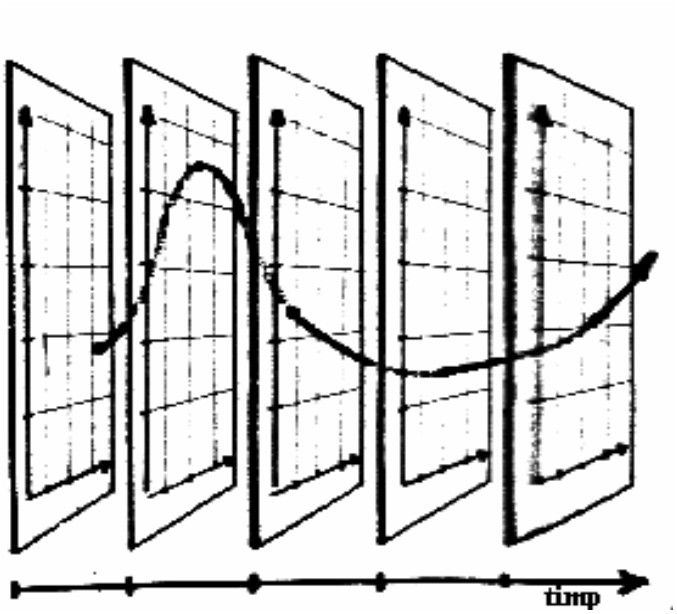
Caracterizarea Sistemului Dinamic prin:

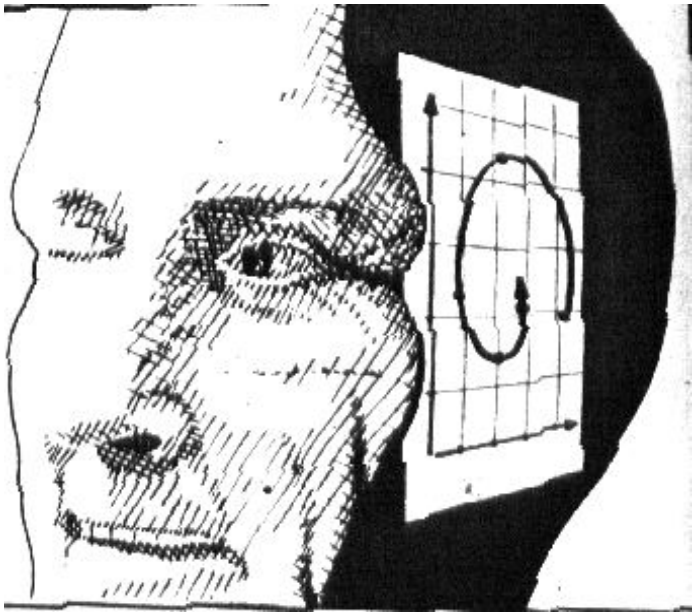
- **traiectorie** = solutie unica a setului de ecuatii diferentiale pentru o conditie initiala data. .
  .
- **portret de faza** = totalita-tea traiectoriilor din spatiul fazelor



Caracterizarea Sistemului Dinamic prin:

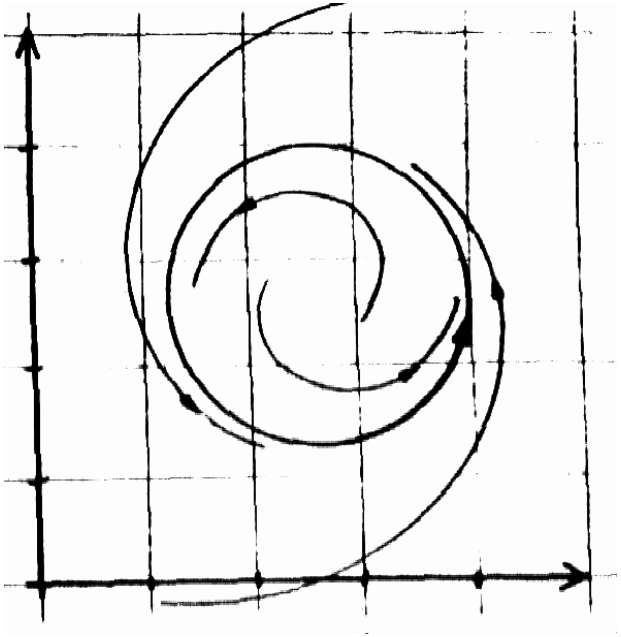
- **serie temporala** = evolutia starii sistemului in timp



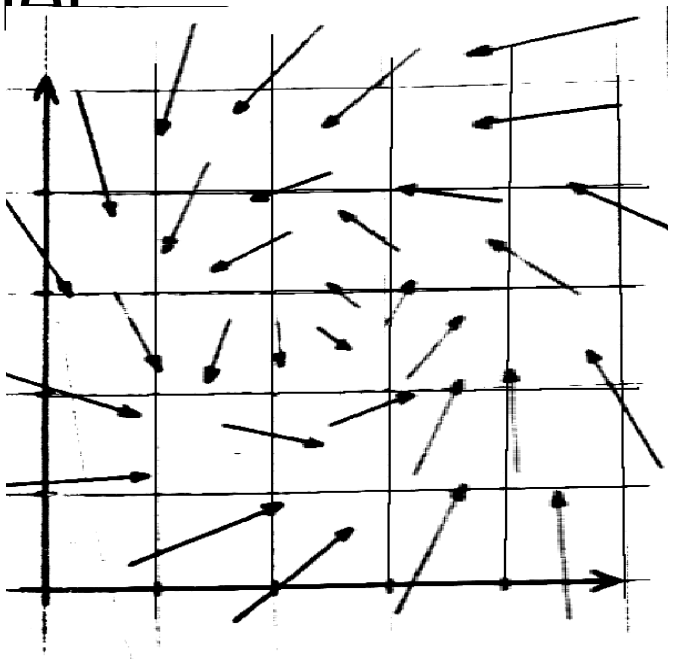


Caracterizarea Sistemului Dinamic prin:

campul vectorial al vitezelor = vectorii viteza instantanee atasati fiecarui punct al traiectoriei



- **portret de faza;** (integrala campului vectorial al vitezelor)



- **campul vectorial al vitezelor** (derivata portretului de faza)

Proprietati generale ale Sistemelor Dinamice:

- **LINIARE**

  - traiectorie reala = traiectorie analitica - evolutie complet determinata - precizia predictiei nu depinde de conditiile initiale

Proprietati generale ale Sistemelor Dinamice:

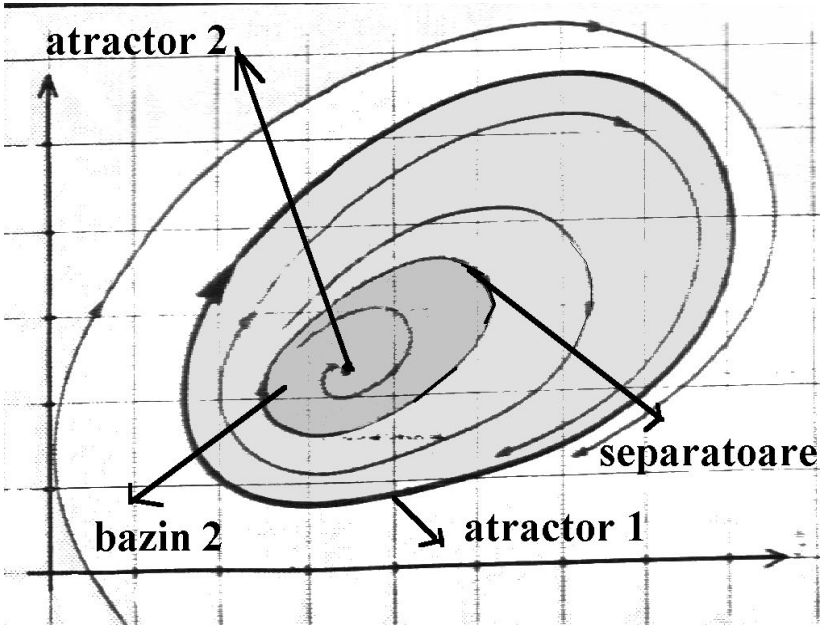
- **NELINIARE**
  - traiectorie analitica = traiectorie aproximativa
  - evolutie impredictibila
  - precizia predictiei depinde de conditiile initiale

Proprietati generale ale Sistemelor Dinamice:

- **NEDISIPATIVE**
  - sistem inchis
  - guvernat de forte conservative
  - evolueaza reversibil

Sistem dinamic disipativ

- **sistem deschis**
- **evolutie ireversibila**



- traiectoriile modeleaza perioada **TRANZITORIE**

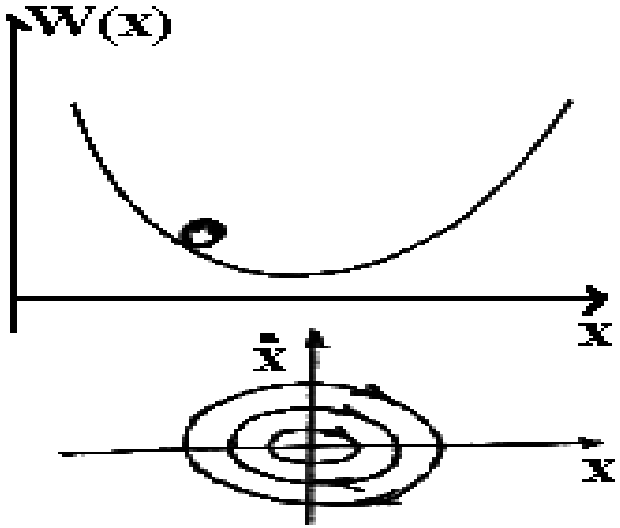
  la limita:

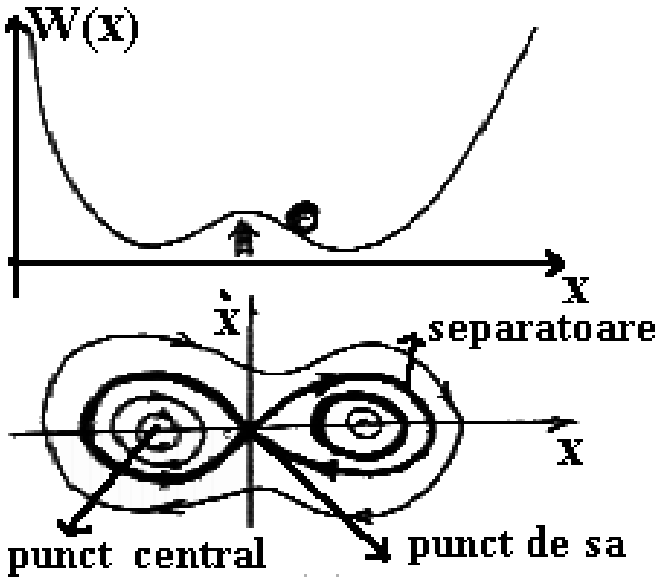
  vor converge catre un **ATRACTOR** sau vor diverge la infinit fata de un **REPULSOR**

- **BAZIN** = multimea starilor initiale pornind de la care sistemul tinde catre un atractor
- **SEPARATOARE** = punctele ce nu apartin bazinului

EXEMPLU CLASIC: oscilatorul nedisipativ

- $d^2x/dt^2 = -dW/dx$
- $W(x) = a^2x^2/2$ $\qquad$ $W(x) = ax^4/4 + bx^2/2 + c$
- $d^2x/dt^2 + a^2x = 0$ $\qquad$ $d^2x/d^2t + ax^3 + bx^2 = 0$

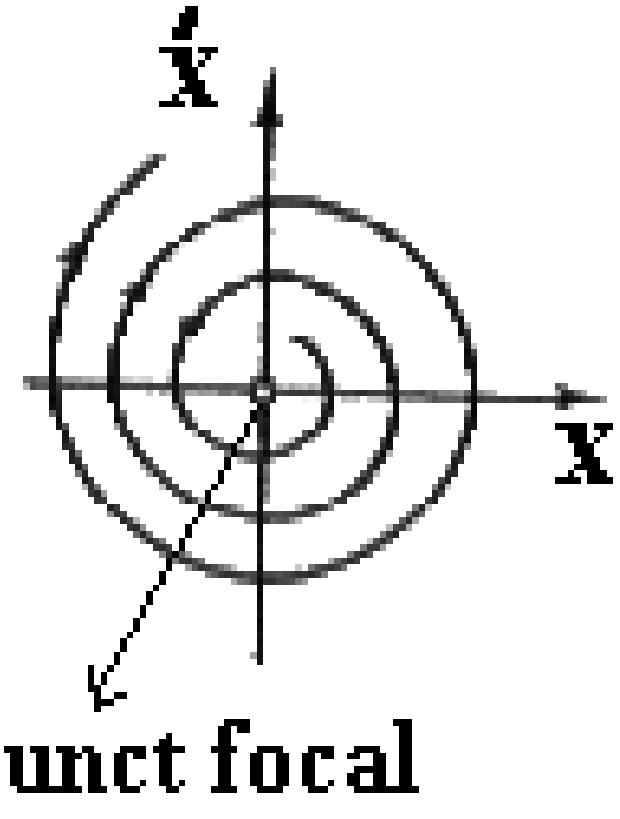




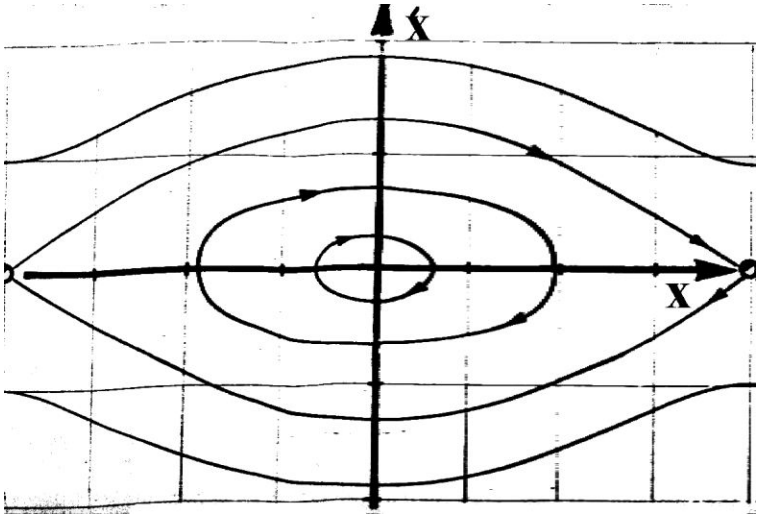
EXEMPLU CLASIC:
oscilatorul disipativ

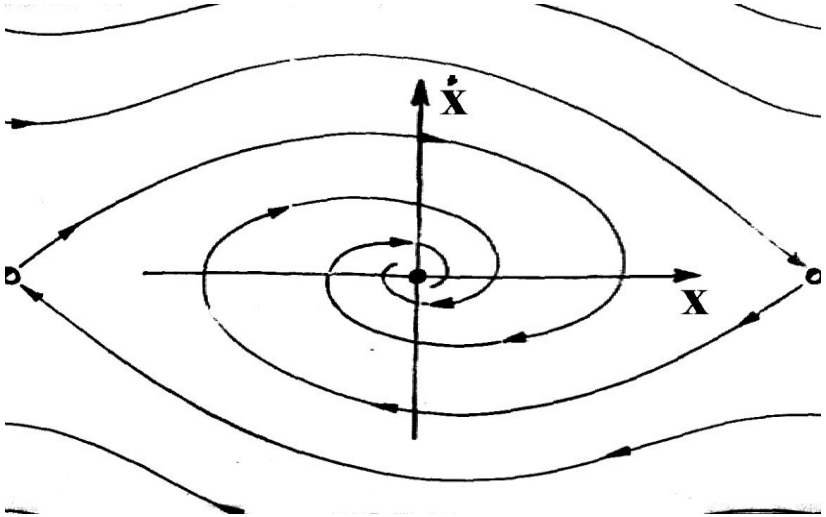
- $d^2x/dt^2 + 2\mu dx/dt + a^2x = 0$

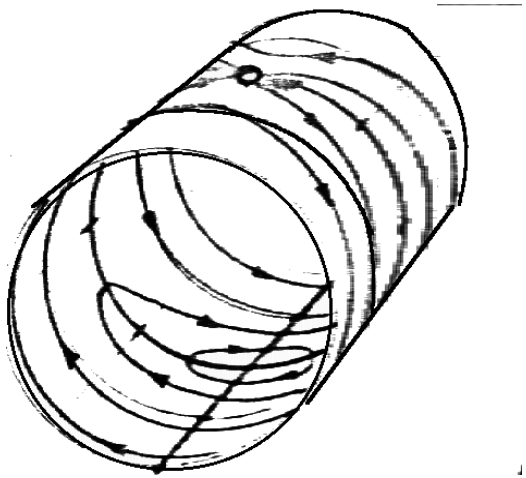
  , $a > \mu$



EXEMPLU CLASIC:
pendulul simplu







Atractorul Straniu:

- *definitie* = este limita in spatiul fazelor a evolutiei unui sistem determinist neliniar, sensibil la conditiile initiale.
- *caracteristica* = traiectoriile raman intr-un domeniu finit, dar nu se inchid niciodata (nu exista periodicitate)
- *Exemplu*: atractorul straniu Lorenz

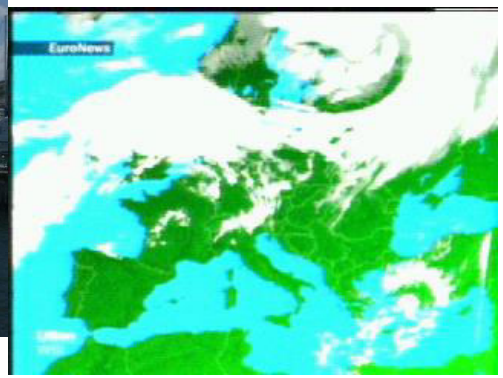
Limitele predictibilităţii

- Stiinţa *trebuie* să ne furnizeze predicţii cât mai riguroase, căci altfel nu este ştiinţă! Există trei mari puncte de cotitură care au schimbat modul nostru de gândire în decursul secolului al XX-lea. Fizica are altă faţă acum.

- *teoria relativităţii (restrânse);* dispariţiei conceptelor de spaţiu şi timp absolut.
- *mecanica cuantică;* determinismul în sensul discutat în fizica clasică, îşi pierde sensul („care este traiectoria unui electron în atom”); predictibilitatea se realizează la nivel de calcul al şansei ca un anumit fenomen să aibă loc sau nu.
- *teoria haosului, teoria complexităţii,* sau *teoria sistemelor dinamice neliniare, teoria fractalilor, teoria catastrofelor, teoria percolaţiei, teoria turbulenţei* ş.a.m.d. sunt aspecte ale teoriilor mai sus enunţate.

Exemple de fenpmene dificil de explicat

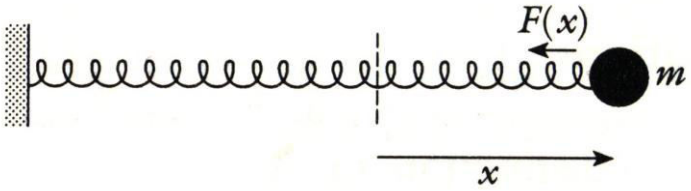








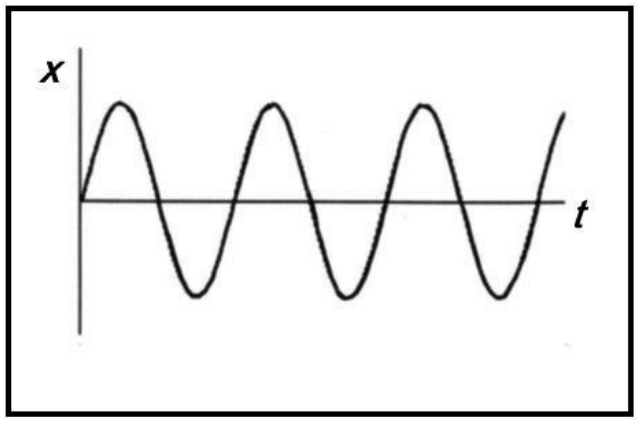
Oscilatorul

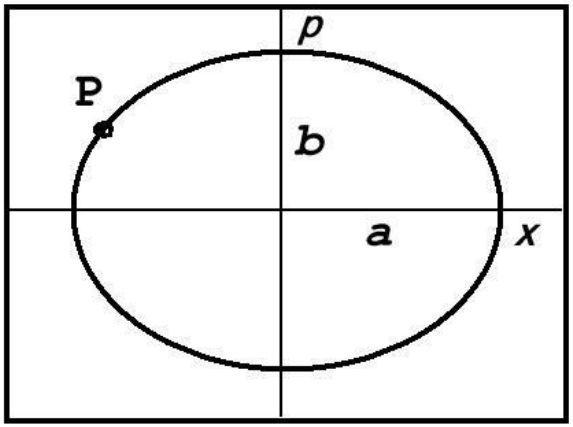


$$E_{tot} = E_{cin} + E_{pot} = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} = const.$$

$$\frac{p^2}{2mE_{tot}} + \frac{x^2}{(2E_{tot}/k)} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



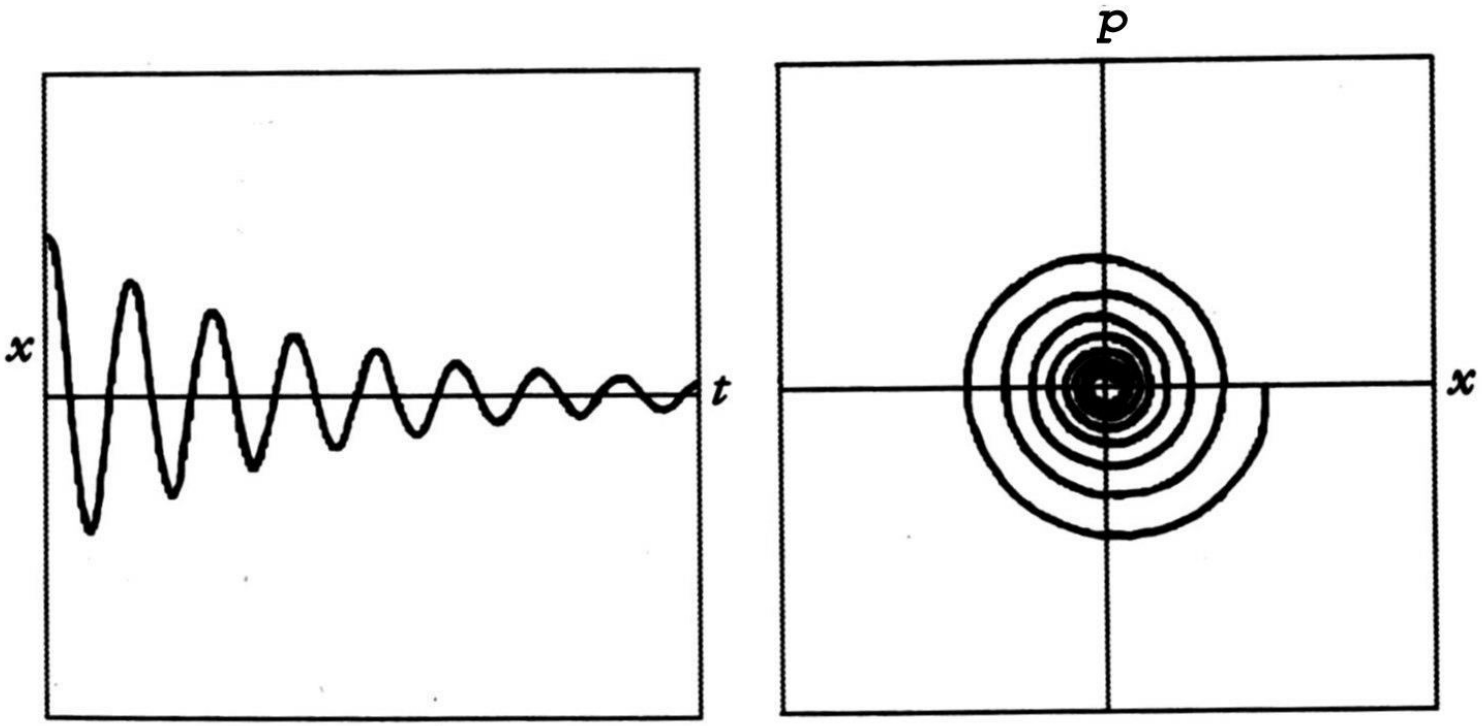


$$a = \sqrt{\frac{2E_{tot}}{k}}$$

$$b = \sqrt{2mE_{tot}}$$

analiza

$$Aria = 2\pi E_{tot}\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \upsilon = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad Aria = \frac{E_{tot}}{\upsilon}$$

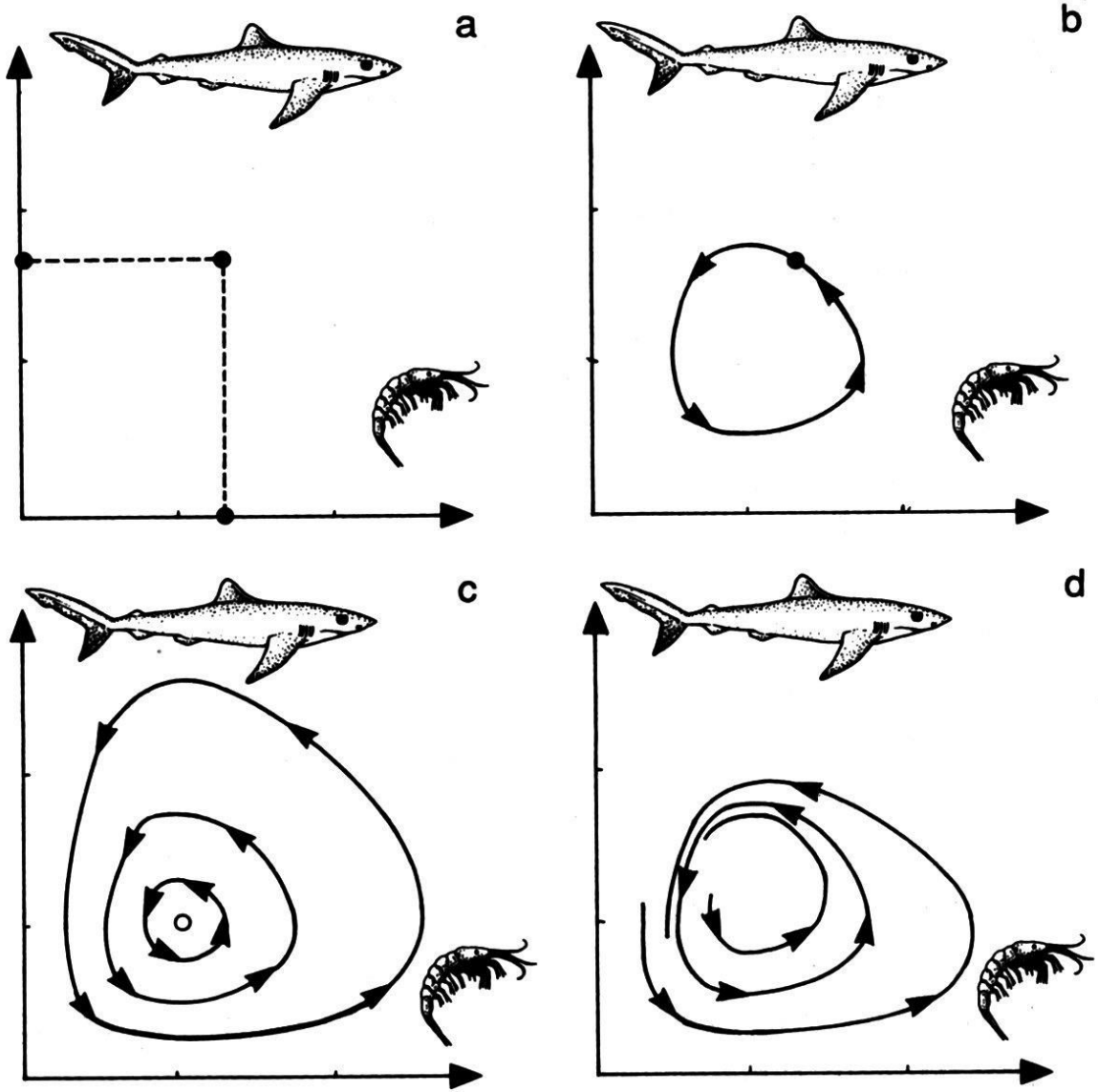


Atractori

- Sistem vanat
- Vanator

(*modele de competiţie*).

Graficul (calitativ) al *evoluţiei populaţiilor* celor două specii



- In unele condiţii ale dinamicii de interacţie între cele două specii, curba la care se ajunge la echilibru (adică care urmează tot timpul aceeaşi traiectorie în spaţiul fazelor) se stabilizează şi mai ales *nu depinde* de valorile iniţiale ale populaţiilor (pozitia in spatiul fazelor a sistemului); indiferent de populaţia iniţială, situaţia oscilează pe aceeaşi traiectorie în spaţiul fazelor. Se spune că avem de a face cu un *atractor*.

Un exemplu din fizică

- este cel al magnetizării şi demagnetizării unui material feromagnetic (de exemplu oţel). Un material magnetic are în constituţia lui dipoli magnetici care se pot orienta în câmp magnetic, producând fenomenul de magnetizare. In acelaşi timp, agitaţia termică determinată de temperatura diferită de zero K, caută să dezorganizeze acest sistem de dipoli cu tendinţa de ordonare sub influenţa câmpului magnetic. Cele doua tendinţe în competiţie sunt astfel magnetizarea materialului sub influenţa unui câmp magnetic extern şi demagnetizarea lui datorat agitaţiei termice. Din aceste două tendinţe rezultă starea intermediară de magnetizare a corpului.

Experiment pe calculator. Curba logistică

- Să presupune un model simplu, idealizat: pe o insulă trăiesc în pace nişte iepuri, care nu au acolo nici un duşman. Ca atare atât timp cât au ce mânca (iarbă) ele trăiesc, se înmulţesc şi mor în mod natural. Descriem această situaţie printr-o dinamică a numărului de iepuri la un moment dat care există pe insulă. Fie acest număr *x*.
- Deoarece există destulă iarbă pe insulă, înseamnă că numărul de iepuri care vor apare în după o generaţie (considerată ca unitate de timp) va fi proporţional cu numărul de iepuri existenţi în generaţia anterioară. Vom scrie acest lucru astfel:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = cx_1$$

- creşterea (x2 – x1) populaţiei în unitatea de timp, t, este proporţională cu numărul de iepuri din generaţia anterioară. Coeficientul *c* este o constantă care indică (descrie) viteza de creştere a populaţiei. Dacă se rescrie ecuaţia de mai sus astfel:

$$x_2 - x_1 = cx_1\tau \quad \text{, sau} \quad x_2 = x_1 + cx_1\tau$$

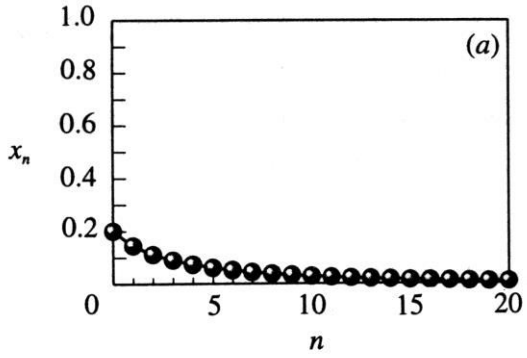
- evoluţia se poate calcula şi interpreta simplu.

- Dar ce se întâmplă de fapt cu populaţia noastră de iepuri? Iepurii, la o astfel de creştere exponenţială vor avea în curând o problemă: nu vor mai avea ce să mănânce, se termină iarba! Populaţia de iepuri va suferi de foame iar creşterea se va încetinii, adică coeficientul c va scădea. Cum se ţine cont în model de acest efect de modificare a coeficientului? Se poate considera că acest coeficient scade odată cu creşterea populaţiei astfel încât de la o anumită populaţie maximă (limită) populaţia nu va mai creşte (adică *c* devine egal cu zero).

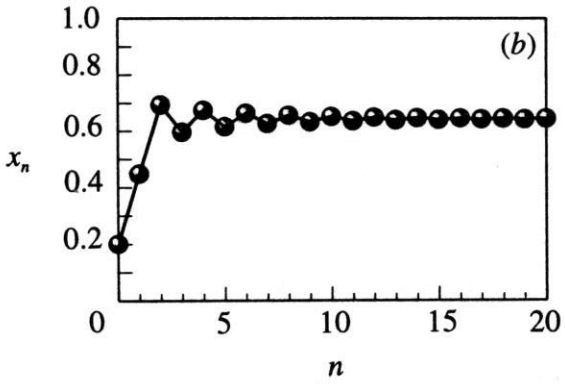
Ecuatia logistica

- $X = 4\lambda X(1-X)$,

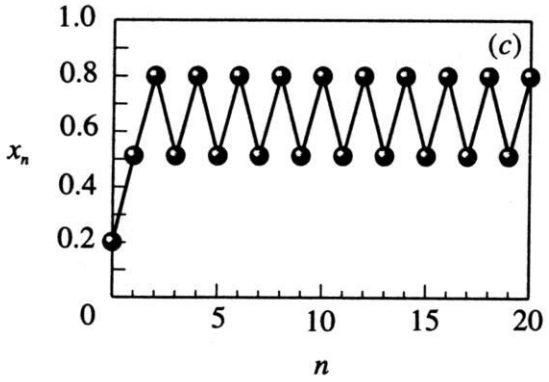
```
FOR I=1 TO 40
X=LAMBDA*X*(1-X)
PRINT X
NEXT
```



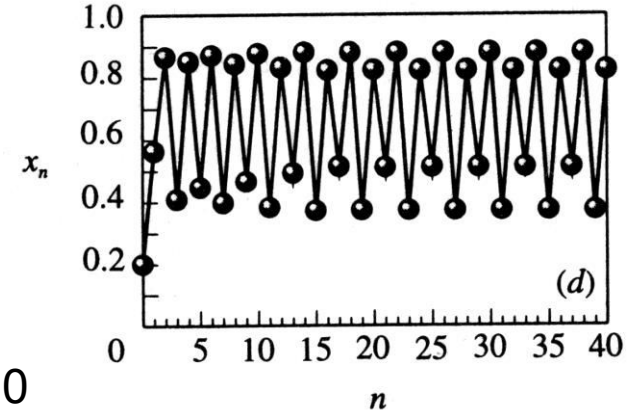
$\lambda = 0,9$



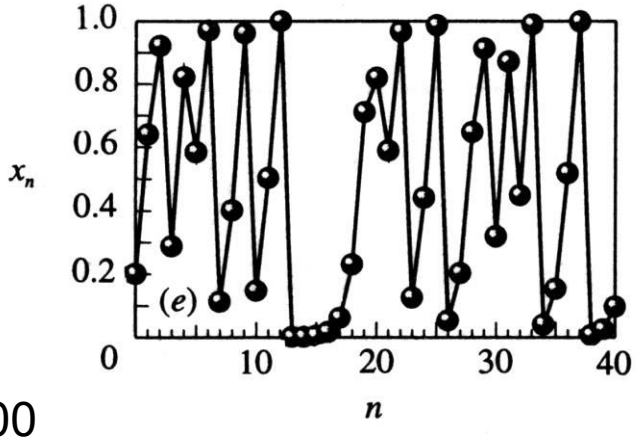
= 1,60



= 2,60



= 3,20



= 4,00

la parametrii de control $\lambda > 3{,}52$ *evoluţia sistemului devine nepredictibilă!*

t	$\lambda = 2$	$\lambda = 1 + \sqrt{5}$	$\lambda = 4$
0	0·40000	0·40000	0·40000
1	0·48000	0·77666	0·96000
2	0·49920	0·56133	0·15360
3	*0·50000*	0·79684	0·52003
4	*0·50000*	0·52387	0·99840
5	*0·50000*	0·80717	0·00641
6	*0·50000*	0·50368	0·02547
7	*0·50000*	0·80897	0·09928
8	*0·50000*	0·50009	0·35768
9	*0·50000*	0·80902	0·91898
10	*0·50000*	*0·50000*	0·29782
11	*0·50000*	0·80902	0·83650
12	*0·50000*	*0·50000*	0·54707
13	*0·50000*	0·80902	0·99114
14	*0·50000*	*0·50000*	
15	*0·50000*	0·80902	

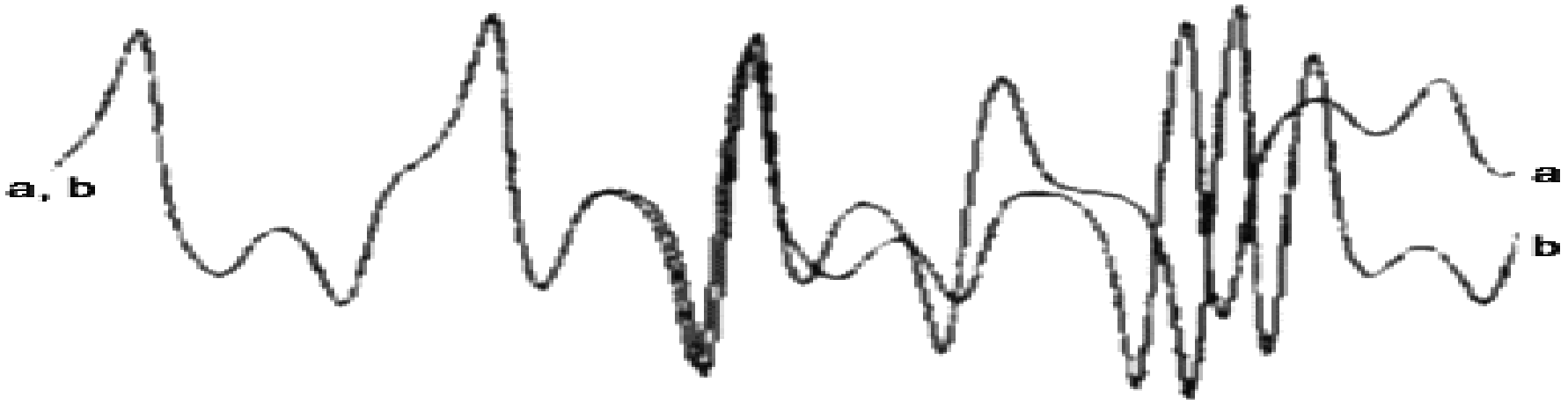
t	$\lambda = 2$	$\lambda = 1 + \sqrt{5}$	$\lambda = 4$
0	0·**35000**	0·**35000**	0·4000**1**
1	0·4**5500**	0·7**3621**	0·9600**1**
2	0·49**595**	0·**62847**	0·153**57**
3	0·**49997**	0·7**5561**	0·5**1995**
4	*0·50000*	0·5**9758**	0·9984**1**
5	*0·50000*	0·**77820**	0·0063**6**
6	*0·50000*	0·5**5856**	0·0252**6**
7	*0·50000*	0·**79792**	0·09**850**
8	*0·50000*	0·5**2180**	0·35**518**
9	*0·50000*	0·80**748**	0·91**610**
10	*0·50000*	0·50**307**	0·**30743**
11	*0·50000*	0·80**899**	0·8**5167**
12	*0·50000*	0·5000**6**	0·5**0531**
13	*0·50000*	0·80902	0·99**989**
14	*0·50000*	*0·50000*	0·0**0045**
15	*0·50000*	0·80902	0·**00180**

- a) Cu toate că starea sistemului este descrisă de o ecuaţie simplă şi foarte bine definită (ecuaţia logistică) evoluţia acestui sistem poate fi predictibilă sau impredictibilă depinzând de valoarea parametrului de control; pentru valori mai mari ale parametrului de control decât o valoare critică, sistemul se comportă haotic. Spune că avem de a face cu *haos determinist*.

- b) Evoluţia sistemului este foarte puternic dependentă (mai ales în regiunea corespunzătoare unui parametru de control mai mare decât cel critic) de condiţia iniţială. Această caracteristică este uneori denumită *efect de fluture*, descoperit de către Edward Lorenz (un meteorolog care a studiat sistemul atmosferic şi care a dat un model simplu de atmosferă pe baza căruia a presupus că se pot face prognoze meteorologice mai precise). Efectul se mai poate enunţa astfel: *mici variaţii ale condiţiilor iniţiale datorate de exemplu bătăii de aripi a unui fluture undeva pe glob poate să conducă în viitor la modificări dramatice ale stării vremii în altă parte de pe glob.*

sensibilitate la condiţii iniţiale

- Efectul se mai numeşte *efect de sensibilitate la condiţii iniţiale.* Dacă un asemenea efect dramatic se poate întâmpla pentru un sistem simplu, atunci pentru sisteme mai complicate acest efect trebuie să fie cu siguranţă prezent.



- c) Cauza acestei sensibilităţi la condiţiile iniţiale şi care are ca rezultat o comportare impredictibil a sistemului este dată de natura neliniară a sistemului în cauză. De fiecare dată când un sistem fizic este neliniar, ne putem aştepta ca în anumite condiţii el să treacă într-un regim de haos determinist astfel încât evoluţia lui ulterioară să nu mai poată fi prezisă. Insistăm asupra faptului că ne predictibilitatea evoluţiei sistemului nu este determinată nici de complicaţia sistemului, nici de necunoaştere condiţiilor iniţiale, nici de necunoaşterea exactă a legii de evoluţie şi nici din cauze de calcul matematic. Impredictibilitate este de natură „organică” adică rezidă în natura lucrurilor sau a fenomenelor însăşi.